Eliminacje do PTM

1. Dany jest graf nieskierowany, prościej mówiąc wierzchołki połączone krawędziami (co najwyżej jedna krawędź pomiędzy dwoma różnych wierzchołkami, nie ma krawędzi prowadzących z wierzchołka do tego samego wierzchołka). *Stopniem* wierzchołka nazywamy ilość krawędzi wychodzących z tego wierzchołka. Uzasadnić, że pewne dwa wierzchołki mają ten sam stopień.

2. Uzasadnij, że liczba postaci $8k-1$ gdzie $k \in \mathbb{Z}$ nie może być przedstawiona w postaci sumy trzech kwadratów liczb całkowitych.

3. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n część całkowita liczby

$$\frac{n^2+n}{3}$$

jest parzysta.

4. Dane są okręgi O_1, O_2, przecinające się w punktach A, B. Punkt P leży na prostej AB, proste PX, PY są styczne do O_1, O_2 odpowiednio. Uzasadnić, że $|PX| = |PY|$.

Eliminacje do PTM

1. Dany jest graf nieskierowany, prościej mówiąc wierzchołki połączone krawędziami (co najwyżej jedna krawędź pomiędzy dwoma różnych wierzchołkami, nie ma krawędzi prowadzących z wierzchołka do tego samego wierzchołka). *Stopniem* wierzchołka nazywamy ilość krawędzi wychodzących z tego wierzchołka. Uzasadnić, że pewne dwa wierzchołki mają ten sam stopień.

2. Uzasadnij, że liczba postaci $8k-1$ gdzie $k \in \mathbb{Z}$ nie może być przedstawiona w postaci sumy trzech kwadratów liczb całkowitych.

3. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n część całkowita liczby

$$\frac{n^2+n}{3}$$

jest parzysta.

4. Dane są okręgi O_1, O_2, przecinające się w punktach A, B. Punkt P leży na prostej AB, proste PX, PY są styczne do O_1, O_2 odpowiednio. Uzasadnić, że $|PX| = |PY|$.