



PROSERWY - dzień piąty

1. Karol i Ola, znudzeni wykładami Yogiego, poszli do sadu. Zebrali n czerwonych i m zielonych jabłek. Oczywiście czerwonych było więcej, gdyż każdy wie, że są lepsze. Pani Bujnowska piecze z nich ciasto takie, że :* jedno jabłko starcza tylko na jeden kawałek. Karol jest wielkim łakomczuchem, jednak nie lubi zielonych jabłek. Chce więc zjeść tyle kawałków, żeby mieć pewność, że co najmniej połowa z nich będzie zrobiona z czerwonych jabłek, ale nie chce się przejeść (zje minimalną liczbę kawałków spełniającą jego wymagania). Ile kawałków ciasta zostanie dla Oli?
* Jeden kawałek zawiera dokładnie 1 całe jabłko, albo zielone albo czerwone.

2. W trójkącie ABC , w którym $|AC| = |BC|$, kąt przy podstawie ma miarę 75° . Udowodnij, że podstawa trójkąta ma długość równą długości promienia okręgu opisanego na ABC .

3. Liczby dodatnie a, b, c spełniają $a + b + c = 1$. Udowodnij, że

$$ab + bc + ca \geq 9abc$$



PROSERWY - dzień piąty

1. Karol i Ola, znudzeni wykładami Yogiego, poszli do sadu. Zebrali n czerwonych i m zielonych jabłek. Oczywiście czerwonych było więcej, gdyż ażdy wie, że są lepsze. Pani Bujnowska piecze z nich ciasto takie, że :* jedno jabłko starcza tylko na jeden kawałek. Karol jest wielkim łakomczuchem, jednak nie lubi zielonych jabłek. Chce więc zjeść tyle kawałków, żeby mieć pewność, że co najmniej połowa z nich będzie zrobiona z czerwonych jabłek, ale nie chce się przejeść (zje minimalną liczbę kawałków spełniającą jego wymagania). Ile kawałków ciasta zostanie dla Oli?
* Jeden kawałek zawiera dokładnie 1 całe jabłko, albo zielone albo czerwone.

2. W trójkącie ABC , w którym $|AC| = |BC|$, kąt przy podstawie ma miarę 75° . Udowodnij, że podstawa trójkąta ma długość równą długości promienia okręgu opisanego na ABC .

3. Liczby dodatnie a, b, c spełniają $a + b + c = 1$. Udowodnij, że

$$ab + bc + ca \geq 9abc$$