



PROserwy - dzień piąty

1. Dane są liczby a_1, a_2, \dots, a_n takie, że $a_i \in \{1, -1\}$ dla $i = 1, 2, \dots, n$. Ponadto wiemy, że

$$a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_{n-1}a_n + a_na_1 = 0$$

Udowodnić, że n jest podzielne przez 4.

2. Niech O_1, O_2 będą okręgami przecinającymi się w dwóch różnych punktach M, N . Niech styczne do okręgów O_1, O_2 w M przecinają O_2 w B, O_1 w A odpowiednio. Niech AN przecina O_2 w C , zaś BN przecina O_1 w D . Udowodnić, że

$$|AC| = |BD|$$

3. Danych mamy ciąg 101 liczb rzeczywistych. Udowodnić, że można z niego wyjąć 11-wyrazowy podciąg niemalejący, lub 11-wyrazowy podciąg nierosnący.