

Zadania do samodzielnego rozwiązania spod hasła "Kombinować każdy może..."

1. Kombinatoryki jeszcze w tym roku nie było, najwyżej tyle co na obozie, ale do tych zadań nie potrzebna jest teoria (może oprócz najprostszej - Dirichleta, który był i prostych kolorowań, które były na obozie), bardziej tytułowa umiejętność kombinowania.
2. Wyznaczyć wszystkie liczby pierwsze p , takie, że $2p + 1$ i $4p + 1$ są również pierwsze.
3. Mamy prostokątną szachownicę $N \times M$, z wyciętym polem (a, b) (lewy dolny róg ma współrzędne $(1, 1)$, a lewy górny $(1, M)$). Udowodnić, że jeśli szachownicę tę (bez pola (a, b)) da się pokryć prostokątami 1×2 , stawianymi poziomo lub pionowo, to $2|a + b$.
4. Dane są liczby $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ i $b_1 > b_2 > \dots > b_n$, wśród których każda z liczb $1, 2, 3, \dots, 2n$ występuje dokładnie raz. Udowodnić, że $|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n| = n^2$. Wskazówka: przeanalizować dużo małych przypadków.
5. Te zadanka nie są zbyt proste, ani trudne, biorąc pod uwagę, że na rozwiązanie jest tydzień. W miarę możliwości poziom następnych serii (o ile będą), będzie wyrównywany do poziomu rozwiązujących.