



# Niewymierne?

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK  
11 WRZEŚNIA 2012

---

## ZADANIE 1

Czy liczba  $\sqrt{2}$  jest wymierna?

## ZADANIE 2

Czy liczba  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} + 1$  jest wymierna?

## ZADANIE 3

Czy liczba  $(1 - \sqrt{2})^2 + (1 + \sqrt{2})^2$  jest wymierna?

★. Czy liczba  $(1 - \sqrt{2})^{2012} + (1 + \sqrt{2})^{2012}$  jest wymierna?

## ZADANIE 4

Udowodnij, że liczba  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  nie jest wymierna.

★. Czy liczba  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}$  jest wymierna? *Wskazówka:  $\sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ , pozbydź się  $\sqrt{3}$ .*

★. Czy liczba  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$  jest wymierna?

**Lemat 1.1.** *Liczba wymierna  $p/q$  ( $p, q$  są całkowite) jest pierwiastkiem wielomianu  $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$  o współczynnikach całkowitych. Uzasadnij, że  $p/q$  jest całkowite.*

## ZADANIE 5

Udowodnij, że jeśli  $x$  jest całkowity, to liczba  $\sqrt{x}$  jest wymierna wtedy i tylko wtedy, gdy jest całkowita.

Udowodnij ponownie, że liczba  $\sqrt{3}$  nie jest wymierna.