



Zima przyszła

A wyników OMa wciąż nie ma

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK
17 STYCZNIA 2014

Poniższe zadania (oprócz jednego :) pochodzą z OMG, co wcale nie znaczy, że są oczywiste! Ale są ciekawe :)

ZADANIE 1

Czy istnieją liczby całkowite a, b, c, d takie, że liczby

$$a - b, \quad b - c, \quad c - d, \quad d - a,$$

wypisane w podanym porządku, są kolejnymi liczbami całkowitymi?

ZADANIE 2

Punkty E i F leżą na odpowiednio na bokach BC i CD kwadratu $ABCD$, przy czym AEF jest równoboczny. Punkt M jest środkiem odcinka AF . Wykaż, że trójkąt BCM jest równoboczny.

ZADANIE 3

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkty K i L są środkami odpowiednio boków AB i CD . Wykaż, że jeżeli pola czworokątów $BCLK$ i $DAKL$ są równe, to czworokąt $ABCD$ jest trapezem.

ZADANIE 4

Punkt P leży na sferze opisanej na sześcianie. Wykaż, że suma kwadratów odległości punktu P od wierzchołków sześcianu nie zależy od wyboru punktu P .

ZADANIE 5

Czy kwadrat o boku długości 2013 można podzielić na prostokąty 1×3 w taki sposób, aby liczba prostokątów ułożonych pionowo różniła się o 1 od liczby prostokątów ułożonych poziomo?

ZADANIE 6

Czy istnieje 2014 takich liczb naturalnych, że:

1. Żadna z nich nie dzieli żadnej innej,
2. Iloczyn dowolnych 1007 z nich nie dzieli iloczynu pozostałych,
3. Iloczyn każdych 1006 z nich dzieli iloczyn pozostałych?