NIEROWNOSC CHOINKI

Jensen

---

1. Liczby dodatnie x, y, z spełniają $x+y+z=3$. Wykazać, że

$$\frac{3x+2}{x+1}+\frac{3y+2}{y+1}+\frac{3z+2}{z+1}\leq\frac{15}{2}$$

2. Pokazać, że dla dowolnych $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+$ zachodzi

$$\frac{a}{\sqrt[3]{a^3+63bcd}}+\frac{b}{\sqrt[3]{b^3+63acd}}+\frac{c}{\sqrt[3]{c^3+63abd}}+\frac{d}{\sqrt[3]{d^3+63abc}}\geq 1$$

3. Pokazać, że dla $x, y, z \in \mathbb{R}_+$ zachodzi

$$x\sqrt{y+z}+y\sqrt{x+z}+z\sqrt{x+y}\leq\sqrt{2(x+y+z)(xy+yz+zx)}$$

4. Liczby dodatnie a, b, c sumują się do 1. Udowodnić, że

$$\sqrt{(b+c)(2a+b+c)}+\sqrt{(a+c)(a+2b+c)}+\sqrt{(a+b)(a+b+2c)}\leq 2\sqrt{2}$$

5. Udowodnić, że dla liczb dodatnich x, y, z zachodzi

$$3\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^{3/2}\leq x^{3/2}+y^{3/2}+z^{3/2}\leq\sqrt{(x+y+z)(x^2+y^2+z^2)}$$

Zadania pochodzą ze Staszica, logo ze strony MIMUW