OMG, OM

Zadania z finału V OMG

Dowolnie dużo a nieskończenie wiele.
Chuck Norris umie policzyć nieskończenie wiele razy od jeden do nieskończoności.
Studenci UW na teorii mnogości

1. Dla każdej liczby naturalnej n mamy dany ciąg nieskończony liczb rzeczywistych (a_n). Rozstrzygnąć, czy istnieje ciąg, którego elementami są wszystkie elementy wszystkich ciągów (a_n).
2. Udowodnić, że istnieje bijekcja tj. funkcja różnowartościowa i "na" ze zbioru liczb naturalnych w dowolny podzbiór nieskończony zbiory liczb naturalnych.
3. Udowodnić, że istnieje bijekcja tj. funkcja różnowartościowa i "na" ze zbioru liczb naturalnych w zbiór liczb wymiernych.
4. Ciąg arytmetyczny liczb naturalnych, którego pierwszy wyraz i różnica są względnie pierwsze, nazwiemy *pierwszym*. Udowodnij, że istnieją dowolnie długie ciągi pierwsze, których żaden wyraz nie jest liczbą pierwszą.
   Uwaga: Każdy ciąg pierwszy nieskończony ma nieskończnenie wiele wyrazów będących liczbami pierwszymi – to jest (mocno nierobialne) twierdzenie Dirichleta, jedno z nielicznych twierdzeń mówiących, że coś jest pierwsze.

Nieskończone OMy

1. Każdy punkt płaszczyzny o obu współrzędnych całkowitych pomalowano na biało lub na czarno. Dowieść, że ze zbioru wszystkich pomalowanych punktów można wybrać nieskończony podzbiór, który ma środek symetrii i którego wszystkie punkty mają ten sam kolor.
   Źródło: LIX OM, finał
2. * Płaszczyznę podzielono prostymi poziomymi i pionowymi na kwadraty jednostkowe. W każdy kwadrat należy wpisać liczbę całkowitą dodatnią tak, by każda liczba całkowita dodatnia wystąpiła na płaszczyźnie dokładnie raz. Rozstrzygnąć, czy można to uczynić w taki sposób, aby każda napisana liczba była dzielnikiem sumy liczb wpisanych w cztery kwadraty sąsiednie.
   Źródło: LVIII OM, finał