



Pograjmy

KÓŁKO I LO BIAŁYSTOK
13 LUTEGO 2012

Rozważamy gry dwuosobowe; gracze wykonują ruchy na przemian, nie ma remisów, gra na pewno kończy się po N ruchach.

Zauważmy, że

1. każda pozycja jest *wygrywająca* (tzn. przy optymalnej grze wygrywa zaczynający) lub *przegrywająca* (tzn. przy optymalnej grze drugiego gracza zaczynający przegrywa),
2. pozycja początkowa jest wygrywająca lub przegrywająca, więc któryś z graczy ma strategię wygrywającą.
Przykład: w grze w Go, w Hexa, w “cztery w rzędzie” istnieje strategia wygrywająca dla któregoś z graczy. Szokujące?
3. czasami da się pokazać, że pozycja wyjściowa jest wygrywająca pokazując że *nie jest ona przegrywająca*. Wtedy nie wskazuje się strategii wygrywającej.
4. NIGDY nie należy zakładać, że przeciwnie będzie grać jakąś *rozsądną* strategią. Każdy chyba wie o tym :)

1.1 Strategie nie do wskazania.

ZADANIE 1

Na tablicy napisane są liczby $1, 2, \dots, n$. Prokariot i eukariot wykonują ruchy naprzemiennie. W jednym ruchu gracz wykreśla pewną liczbę oraz wszystkie jej dzielniki. Wygrywa ten gracz, który wykreśli wszystkie liczby. Zaczyna prokariot. Powiedz, dla jakich n eukariot może wygrać?

ZADANIE 2

Na okrągłym stole Antek i Mateusz kładą kolejno monety jednogroszowe tak, by nie zachodziły one na siebie. Przegrywa gracz, który nie może położyć monety. Zaczyna Antek; udowodnij, że może wygrać niezależnie od ruchów Mateusza.

ZADANIE 3

Czekolada ma wymiary $n \times m$ kostek i ustalamy jeden z jej wierzchołków zwany A . Ruch w grze w czekoladę polega na wybraniu punktu B i odłamaniu “prostokąta” o przekątnej AB , którego boki są równoległe do boków czekolady (część kostek mogła być wcześniej odłamana, ale prostokąt musi mieć co najmniej jedną kostkę i jego boki muszą biec wzdłuż linii podziału kostek).

Przegrywa gracz, który musi zabrać całą resztę czekolady. Uzasadnić, że gracz zaczynający ma strategię wygrywającą.

1.2 I do wskazania

ZADANIE 4

Seba i Hubi grają w następującą grę na подарowanej im przez Jogiego tabliczce czekolady. Każdy ruch polega w grze polega na przełamaniu jednego z wcześniej otrzymanych kawałków czekolady wzdłuż linii podziału kostek. Wygrywa ten, kto pierwszy odłamie pojedynczą kostkę. Jeżeli czekolada ma wymiary 8×15 kostek, a zaczyna Hubi, to kto wygra?

ZADANIE 5

Darek i Paweł grają w następującą grę. Na początku na tablicy napisana jest liczba całkowita dodatnia n . W jednym ruchu gracz odejmuje od napisanej w danym momencie na tablicy liczby jej dzielnik będący jedynką, liczbą pierwszą, lub iloczynem dwóch (niekoniecznie różnych) liczb pierwszych i wynikiem odejmowania zastępuje wcześniejszą liczbę. Pierwszy ruch wykonuje Darek, a następnie gracze wykonują ruchy na przemian. Wygrywa gracz, który napisze na tablicy liczbę 0. Rozstrzygnąć, dla jakich liczb n Darek może zapewnić sobie wygraną, niezależnie od ruchów Pawła.