Geometrie,

czyli za co kochamy OMa.

kółko I LO Białystok

31 stycznia 2012

Zadanie 1

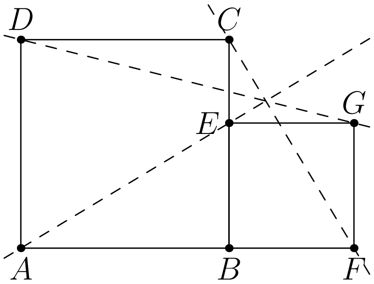
Prosta PX jest styczna do okręgu o w punkcie X. Prosta l przechodzi przez P i przecina o w Y, Z odpowiednio. Dowiedź, że $PX^2 = PY \cdot PZ$.

Zadanie 2

Okręgi o_1, o_2 przecinają się w A, B a punkt C leży na prostej AB. Uzasadnij, że długości stycznych do okręgów o_1, o_2 wypuszczonych z punktu C są równe.

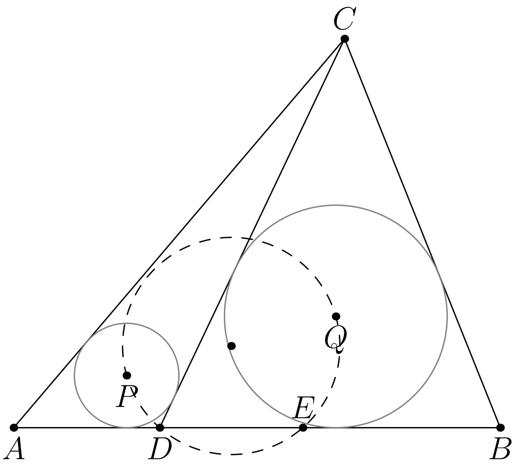
Zadanie 3

Punkt E leży na boku BC kwadratu $ABCD$. Czworokąt $BFGE$ jest kwadratem zbudowanym na zewnątrz kwadratu $ABCD$. Wykaż, że proste AE, CF i DG przecinają się w jednym punkcie.



Zadanie 4

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC. Okręgi o środkach P i Q są wpisane odpowiednio w trójkąty ACD i BCD. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boku AB w punkcie E. Wykaż, że punkty D, E, P, Q leżą na jednym okręgu.



Zadanie 5 $\star$

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Udowodnić, że środki okręgów wpisanych w trójkąty BCD, CDA, DAB oraz ABC są wierzchołkami prostokąta.

Zadanie 6 $\star$

Okrąg o jest styczny do okręgu $\mathcal{O}$ wewnętrznie. Punkty A, B leżą na $\mathcal{O}$ i są nierówne T, a proste AK, BL są styczne do o w punktach K, L odpowiednio. Udowodnij, że

$$\frac{TA}{TB} = \frac{AK}{BL}.$$

Rysunek do zadania piątego — w razie palącej potrzeby :)