



Równania funkcyjne

MARIA BANEL
2 GRUDNIA 2013

ZADANIE 1

Funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia dla każdej liczby rzeczywistej równość:

$$2f(x) + f(1 - x) = 3x$$

Znajdź wszystkie takie funkcje.

ZADANIE 2

Znajdź wszystkie funkcje $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające dla każdego $x, y \in \mathbb{R}$ równanie (każdy podpunkt to oddzielne zadanie):

1. $f(x + y) = f(x) - f(y)$
2. $f(x + y) = f(f(x)) + y$
3. $f(x + y)^2 = f(x)^2 + f(y)^2$

ZADANIE 3* (XLIV OM)

Wyznaczyć wszystkie funkcje $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takie, że:

$$f(x + y) - f(x - y) = f(x) \cdot f(y) \quad \text{dla } x, y \in \mathbb{R}.$$