Każde zadanie powinno być rozwiązane na oddzielnej kartce. Na każdej kartce z rozwiązaniem powinno być:

- imię i nazwisko osoby zdającej oraz jej numer indeksu,
- numer grupy ćwiczeniowej do której osoba zdająca uczęszczała, lub nazwisko osoby prowadzącej ćwiczenia.
- numer rozwiązywanego zadania oraz litera - nazwa tematu.
- numer potoku.

Temat A

1. (a) Naszkicować zbiór $D = \{z \in \mathbb{C} : Im(z^3) > Re(z^3)\}$
(b) Rozwiązać równanie $\overline{z}z^3 = \frac{|z|}{8i}$

2. Niech $\mathcal{U}$ będzie układem równań

$$\begin{cases} px_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = p \\ x_1 + px_2 + x_3 + px_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

gdzie $p \in \mathbb{R}$
(a) Rozwiązać układ równań $\mathcal{U}$ dla $p = 1$,
(b) Dla jakich wartości p układ jest niesprzeczny.

3. Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni $\mathcal{V}$, jeżeli
(a) $\mathcal{V} = Lim\{(1,2,1,-2),(2,3,1,0),(4,7,3,-2),(5,8,3,-2)\}$.
(b) $\mathcal{V}$ jest przestrzenią rozwiązań układu

$$\mathcal{V} : \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

4.Niech $\alpha_1, ..., \alpha_n$ będzie układem wektorów przestrzeni $\mathcal{V}$. Udowodnić, że następujące warunki są równoważne:
(1) układ $\alpha_1, ..., \alpha_n$ jest liniowo niezależny i rozpina $\mathcal{V}$.
(2) układ $\alpha_1, ..., \alpha_n$ jest maksymalnym układem liniowo niezależnym.

5.(a)Niech funkcje $f_1(x) = |x-1|$, $f_2(x) = |x-2|$ i $f_3(x) = |x-3|$ będą elementami przestrzeni liniowej $F(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ wszystkich funkcji z $\mathbb{R}$ w $\mathbb{R}$. Wykazać, że układ f_1, f_2, f_3 jest liniowo niezależny.
(b) Niech $\mathcal{V} = \mathbb{R}_n[x]$ będzie przestrzenią liniową wszystkich wielomianów o współczynnikach rzeczywistych stopnia nie większego niż n. Znaleźć współrzędne wielomianu $f(x) = a_0 + a_1x + ... + a_nx^n$ w bazie $1, x-1, (x-1)^2, ..., (x-1)^n$ przestrzeni V.