

Każde zadanie powinno być rozwiązane na oddzielnej kartce. Na każdej kartce z rozwiązaniem powinno być:

- imię i nazwisko osoby zdającej oraz jej numer indeksu,
- numer grupy ćwiczeniowej do której osoba zdająca uczęszczała, lub nazwisko osoby prowadzącej ćwiczenia.
- numer rozwiązywanego zadania oraz litera - nazwa tematu.
- numer potoku.

Temat B

- (a) Naszkicować zbiór $D = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im}(z^3) \leq \text{Re}(z^3)\}$
(b) Rozwiązać równanie $z^4(\bar{z})^2 = \frac{i|z|^2}{16}$

- Niech \mathcal{U} będzie układem równań

$$\begin{cases} px_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + px_2 - x_3 = p \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

gdzie $p \in \mathbb{R}$

- Rozwiązać układ równań \mathcal{U} dla $p = 2$,
- Dla jakich wartości p układ jest niesprzeczny.

- Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni \mathcal{V} , jeżeli

- $\mathcal{V} = \text{Lin}\{(1, -3, 5, 6), (1, -3, 1, 1), (1, -3, 13, 16), (1, -3, 9, 11)\}$.
- \mathcal{V} jest przestrzenią rozwiązań układu

$$\mathcal{V} : \begin{cases} x_1 - x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

4. Niech $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ będzie układem wektorów przestrzeni \mathcal{V} . Udowodnić, że następujące warunki są równoważne:

- (1) układ $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ jest liniowo niezależny i rozpinają \mathcal{V} .
- (2) układ $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ jest minimalnym układem rozpinającym \mathcal{V} .

5.(a) Niech funkcje $f_1(x) = |x - 1|$, $f_2(x) = |x - 2|$ i $f_3(x) = |x - 3|$ będą elementami przestrzeni liniowej $F(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ wszystkich funkcji z \mathbb{R} w \mathbb{R} . Wykazać, że układ f_1, f_2, f_3 jest liniowo niezależny.

(b) Niech $\mathcal{V} = \mathbb{R}_n[x]$ będzie przestrzenią liniową wszystkich wielomianów o współczynnikach rzeczywistych stopnia nie większego niż n . Znaleźć współrzędne wielomianu $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ w bazie $1, x - 1, (x - 1)^2, \dots, (x - 1)^n$ przestrzeni \mathcal{V} .