Algorytmy i Losowosc - problemy otwarte

Dariusz Kowalski*

Ten dokument jest w fazie ciaglych poprawek i ulepszen. Wszelkie uwagi dotyczace tego dokumentu prosze przesylac na moj adres e-mail podany na dole strony. Z gory dziekuje (autor).

1 Lista problemow otwartych

Problem 1. Skonstruowac algorytm losowy rozwiazujacy problem Do-All na MAC dla f-weakly-adaptive adversary. Literatura [4]. Co mozna powiedziec (algorytm) dla dowolnej sieci radiowej? Stopien trudnosci[1]: 1-2.

Problem 2. Udowodnic dolna granice $\Omega(k+\log\log n)$ na oczekiwany czas algorytmu losowego rozwiazujacego problem k-selekcji na MAC z detekcja kolizji. Literatura [11, 7, 6, 5]. Co mozna powiedziec o wyborze lidera na MAC w sposob losowy? Stopien trudnosci: 2-3.

Problem 3. Skonstruowac algorytm losowy aproksymacyjny dla problemu Chinskiego listonosza o wspolczynniku aproksymacji lepszym niz najlepszy znany algorytm deterministyczny (aproksymacja lepsza niz $2-1/k$). Literatura [3]. Zarowno algorytmy Monte Carlo jak i Las Vegas wchodza w gre. Problem jest otwarty nawet dla pewnych popularnych klasy grafow, np. drzew. Stopien trudnosci: 3-4.

Problem 4. Skonstruowac w czasie wielomianowym od n a-ekspander o stopniu $\mathcal{O}((n/a)\text{polylog}\, n)$. Literatura [8, 10]. Co z konstrukcja efektywnych extractor'ow? Stopien trudnosci: 4-5. Uwaga: dla a-ekspanderow istnieja rozwiazania, ale bardzo skomplikowane, o wspolczynniku polylog $n = \Omega(\log^{20} n)$. Ciekawym jest wiec albo znalezienie lepszego wspolczynnika niz 20, albo prosto formulowalnej konstrukcji o eleganckim dowodzie nawet gdyby potega logarytmu byla wieksza niz 20.

Problem 5. Wylosowac skojarzenie doskonale w zadanym grafie G o n wierzcholkach w czasie wielomianowym w n, gdzie losowanie powinno byc z rozkladu o co najwyzej ε odleglego od jednostajnego, gdzie $\varepsilon > 0$ jest zadana stala. Literatura [9]. Stopien trudnosci: 4-5.

Problem 6. Podac konstrukcje ktora w wielomianowym czasie zwroci ciag n permutacji ze zbioru $[n]$ ktorej contention jest $\mathcal{O}(n\text{polylog}\, n)$. Literatura [2]. Stopien trudnosci: 3-4. Uwaga: istnieje juz konstrukcja oparta o ekspandery, ale ma contention $\Omega(n\log^{23} n)$. Ciekawa bylaby albo lepsza konstrukcja, albo nie korzystajaca z ekspanderow.

*Instytut Informatyki, Uniwersytet Warszawski, Banacha 2, 02–097, Warszawa, Poland. E-mail: darek@mimuw.edu.pl.

[1] Stopien trudnosci to liczba od 1 do 5.

2 Definicje

MAC (Multiple-Access Channel) n stacji komunikuje sie w sposob synchroniczny poprzez 1 kanal. W jednym kroku stacja moze albo sluchac albo nadawac. Jesli w danym kroku dokladnie jedna stacja v nadaje, to wszystkie stacje otrzymuje nadawana wiadomosc pod koniec tego kroku. Jesli zadna stacja nie nadaje to wszystkie stacje otrzymuja sygnal 0, a jesli co najmniej 2 stacje nadaja to wszystkie stacje otrzymuja sygnal $2+$. Jesli jest detekcja kolizji to sygnaly 0 i $2+$ sa rozroznialne, w przeciwnym przypadku nie sa rozroznialne.

Siec radiowa. Graf G zawierajacy n stacji z regulami komunikacji podobnymi do MAC. Komunikacja synchroniczna. W jednym kroku stacja moze albo sluchac albo nadawac. Jesli w danym kroku dokladnie jeden sasiad stacji v nadaje, to stacja v otrzymuje nadawana wiadomosc pod koniec tego kroku. Jesli zadna stacja sasiadujaca z v nie nadaje to stacja v otrzymuje sygnal 0, a jesli co najmniej 2 stacje sasiadujace nadaja to stacja v otrzymuje sygnal $2+$. Jesli jest detekcja kolizji to sygnaly 0 i $2+$ sa rozroznialne, w przeciwnym przypadku nie sa rozroznialne.

Problem k-selekcji. k stacji ma wiadomosc do przekazania innym - problem rozwiazany jesli wszystkie stacje otrzymaly wiadomosci od tych k stacji chcacych nadawac. Parametr k jest nieznany stacjom na poczatku obliczenia.

Problem Do-All. t zadan do zrobienia - zadania sa niezalezne, moga byc robione jednoczesnie przez wiele stacji, kazde wymaga 1 pelnego kroku zeby stacja go wykonala. Kazdy procesor zna poczatkowa liste pozostalych procesorow, poczatkowa liste zadan. Cel: kazde zadanie musi zostac wykonane.

f-weakly-adaptive adversary. Na poczatku ustalamy (najgorszy dla algorytmu) zbior zawierajacy $f < n$ stacji, ktore mozemy zastopowac w dowolnym momencie algorytmu.

Problem Chinskiego listonosza. Pokryc graf nieskierowany z wagami (lub bez, w zaleznosci od wariantu) k cyklami zawierajacymi ustalony wierzcholek startowy r, tak zeby maksymalna dlugosc cyklu byla najmniejsza z mozliwych. Chodzi o pokrycie krawedzi grafu. Problem jest NP-hard nawet dla drzew.

a-ekspander. Graf nieskierowany $G = (V, E)$ o n wierzcholkach jest a-ekspanderem jesli kazdy zbior a wierzcholkow ma wiecej niz $n - a$ sasiadow. Dokladniej, dla kazdego zbioru wierzcholkow A o mocy a, zbior $N(A) = \{v : \exists_{w \in A}\ (w, v) \in E\}$ ma co najmniej $n - a + 1$ elementow.

Odleglosc rozkladow. Rozklady prawdopodobienstwa π, σ na zbiorze D sa odlegle o $\sum_{i \in D} |\pi_i - \sigma_i|$.

References

[1] N. Alon, and J.H. Spencer, *"The Probabilistic Method,"* 2000, J. Wiley.

[2] R. Anderson, and H. Woll, Algorithms for thge certified write-all problem, SIAM J. on Computing.

[3] G.H. Frederickson, M.S. Hecht, and C.E. Kim, Approximation algorithms for some routing problems, SIAM J. Comp. 7 (1978) 178-193.

[4] B.S. Chlebus, D.R. Kowalski, and A. Lingas, The Do-All problem in broadcast networks, in *Proc., 20rd ACM Symposium on Principles of Distributed Computing (PODC)*, 2001.

[5] M. Chrobak, L. Gąsieniec, and D.R. Kowalski, The wake-up problem in multi-hop radio networks, in *Proc.,* 15*th ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*, 2004, pp. 985 - 993.

[6] T. Jurdziński, M. Kutyłowski, and J. Zatopiański, Efficient algorithms for leader election in radio networks, in *Proc.,* 21*st ACM Symposium on Principles of Distributed Computing (PODC)*, 2002, pp. 51 - 57.

[7] T. Jurdziński, and G. Stachowiak, Probabilistic algorithms for the wakeup problem in single-hop radio networks, in *Proc.,* 13*th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC),* 2002, LNCS 2518, pp. 535 - 549.

[8] R. Shaltiel, Recent developments in explicit constructions of extractors, survey.

[9] A. Sinclair, Ph.D. thesis.

[10] A. Ta-Shma, C. Umans, and D. Zuckerman, Loss-less condensers, unbalanced expanders, and extractors, in *Proc., 33rd ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, 2001, pp. 143 - 152.

[11] D. Willard, Log-logarithmic selection resolution protocols in multiple access channel, SIAM J. on Computing 15, 468 - 477, 1986.