Seria 10 i ostatnia

Obliczyć wyznaczniki

1.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & n & n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$$

2.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ x_1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_2 & x_2 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_3 & x_3 & x_3 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_n & x_n & x_n & x_n & \dots & x_n & a_n \end{vmatrix}$$

3. Dane są macierze $A_t = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ t & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & 2 \\ -4 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & t \end{pmatrix}$.

   (a) Obliczyć $\det B$. Obliczyć $\det(A_t^5 B^{-7})$ w zależności od parametru $t \in \mathbb{R}$.

   (b) Niech $\varphi\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ będzie przekształceniem liniowym zadanym warunkiem $M(\varphi)_{St}^{St} = C_t$. Dla jakich wartości parametru $t \in \mathbb{R}$ przekształcenie φ jest izomorfizmem? Dla każdego takiego t znaleźć macierz w bazie standardowej przekształcenia φ^{-1}.

4. Udowodnić, że

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos\varphi_3 & \cos\varphi_2 \\ \cos\varphi_3 & 1 & \cos\varphi_1 \\ \cos\varphi_2 & \cos\varphi_1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{jeśli} \quad \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0.$$

Dodatkowo zachęcam do zrobienia zadań 8-10 z serii, która była do oddania 9 stycznia. Zadania zostaną sprawdzone i punkty zaliczone.