IX SERIA ZADAŃ DO ODDANIA NA PIŚMIE

1 Obliczyć

$$det \begin{pmatrix} 1001 & 1003 & 1006 & 1002 \\ 1005 & 1002 & 1007 & 1001 \\ 1001 & 1001 & 1003 & 1002 \\ 1002 & 1001 & 1004 & 1005 \end{pmatrix}$$

2 Obliczyć wyznacznik macierzy $n \times n$

$$det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{pmatrix}$$

3 Udowodnić wzór dla macierzy $n \times n$

$$det(A+B) = \sum_{I \subset \{1,2,\dots,n\}} det(C_I),$$

gdzie C_I jest macierzą, która ma i-te kolumny takie same jak A dla $i \in I$, a pozostałe takie jak B.

4 Niech a, b, c, d, x, y, z, w będą liczbami całkowitymi. Udowodnić, że wyznacznik

$$det \begin{pmatrix} x^a & x^b & x^c & x^d \\ y^a & y^b & y^c & y^d \\ z^a & z^b & z^c & z^d \\ w^a & w^b & w^c & w^d \end{pmatrix}$$

jest podzielny przez $(x-y)(x-z)(x-w)(y-z)(y-w)(z-w)$.