ZADANIA DO ODDANIA NA PIŚMIE 19 XII

1 Dane przekształcenia zadane przez macierze w bazach standardowych: $\phi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$

$$M(\phi)_{st}^{st} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

oraz $\psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

$$M(\psi)_{st}^{st} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Znaleźć wzór na $\psi \circ \phi$ oraz opisać równaniami jądro.

2 Dana baza przestrzeni $\mathbb{R}^2$

$$A = \{(2,3),\ (1,1)\}$$

oraz baza przestrzeni $\mathbb{R}^3$

$$B = \{(0,0,1),\ (0,1,2),\ (1,2,4)\}.$$

Znaleźć wzór na przekształcenie $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, którego macierz w tych bazach jest równa

$$M(\phi)_A^B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

3 W pewnej bazie A przekształcenie $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ma macierz

$$M(\phi)_A^A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

oraz w tej samej bazie przekształcenie $\psi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ma macierz

$$M(\psi)_A^A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Wykazać, że ϕ jest izomorfizmem oraz znaleźć macierz przekształcenia $\phi \circ \psi \circ \phi^{-1}$ w bazie A.

4 Niech $V \subset \mathbb{R}^4$ będzie opisane równaniem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ i $W = lin\{(1,1,1,1)\}$ Wykazać, że $\mathbb{R}^4 = V \oplus W$ i znaleźć wzór na rzut wzdłuż W na V.

5 Podać przykład bazy $\alpha_1,\ \alpha_1,\ \alpha_1,$ przestrzeni $\mathbb{R}^3$ takiej, że $\epsilon_1^* = 2\alpha_1^* + \alpha_3^*$ oraz $\epsilon_2^* = \alpha_1^* + \alpha_2^*$.

6 Niech $V \subset \mathbb{R}^4$ będzie przestrzenią rozpiętą przez wektory $(1,2,0,-3)$, $(-2,3,2,-3)$ i $(-3,1,2,0)$. Przez $Anh(V) = \{f \in (\mathbb{R}^4)^* : \forall v \in V\ f(v) = 0\}$ oznaczamy przestrzeń funkcjonałow zerujących się na V (tzw. *anihilator*). Opisać $Anh(V)$ równaniami. Podać jego bazę.