ZADANIA DO ODDANIA NA PIŚMIE 14 XI

1 Znalźć dwie różne bazy przestrzeni liniowej opisanej w $\mathbb{R}^5$ przez układ równań

$$\begin{cases} x - 2y + z - 2s + t = 0 \\ 3x - 6y - z + s + 3t = 0 \\ x - 2y + 5z - 9s + t = 0 \end{cases} .$$

2 Wyznaczyć wszystkie watrości parametru p, tak by układ $(2,p,1)$, $(1,0,1)$, $(0,1,3)$ był liniowo niezależny.

3 Niech $\alpha_1 = (1,3,1)$, $\alpha_2 = (2,2,1)$, $\alpha = (-3,0,1)$.
a) Znaleźć (jeśli istnieje) taki wektor α_3, że układ α_1, α_2, α_3 jest bazą $\mathbb{R}^3$ i wektor α ma w tej bazie współrzędne 2,-3, 1.
b) To samo polecenie gdy $\alpha = (3,5,2)$.

4 Niech V będzie przestrzenią liniową nad $\mathbb{R}$ lub $\mathbb{C}$.
a) Wykazać, że dla dowolnych wektorów $v, w \in V$ zachodzi $\mathrm{lin}(v+w, v-w) = \mathrm{lin}(v,w)$.
b) Czy powyższe stwierdzenie jest prawdziwe dla przestrzeni wektorowej nad $\mathbb{Z}_{17}$?
c) Czy powyższe stwierdzenie jest prawdziwe dla przestrzeni wektorowej nad $\mathbb{Z}_2$?

5 Niech $V_1, V_2 \subset V$ będą dwiema podprzestrzeniami liniowymi.
a) Wykazać, że przecięcie $V_1 \cap V_2$ jest podprzestrzenią liniową.
b) Wykazać, że jeśli $V_1 \cup V_2$ jest podprzestrzenią liniową, to albo $V_1 \subset V_2$. albo $V_1 \subset V_2$.