

Zadania domowe na ~~28 listopada~~ 5 grudnia

Zadanie 1

Znajdź bazę podprzestrzeni $V \subset \mathbb{Z}_7^4$ opisanej poniższym układem równań.

$$\begin{cases} 6x + 2y + 4z + 6w = 0 \\ 6x + 6y + z + w = 0 \\ 2x + y + 4z + w = 0 \end{cases}$$

Następnie podaj wymiar V , oraz dopełnij znaną bazę do bazy \mathbb{Z}_7^4 .

Zadanie 2

Oblicz rząd macierzy o współczynnikach w \mathbb{Q} w zależności od parametru $t \in \mathbb{Q}$:

$$\begin{pmatrix} t+4 & 3 & 3 & 2 \\ 5 & t+10 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Rozważmy przestrzeń liniową rozpiętą przez kolumny powyższej macierzy, czy dla każdego $t \in \mathbb{Q}$ jest to ta sama przestrzeń? Rozważmy jednorodny układ równań opisany przez powyższą macierz, jaki jest wymiar przestrzeni rozwiązań w zależności od parametru $t \in \mathbb{Q}$?

Zadanie 3

Dane są wektory w \mathbb{R}^4

$$(-13, -3, 11, 5), (-6, -1, 2, 5), (1, 1, -7, 5), (3, 1, -5, 1), (4, 1, -4, -1), (8, 3, -16, 5).$$

Wybrać spośród nich maksymalny układ niezależny. Czy można ten układ dopełnić do bazy wektorami z podprzestrzeni opisanej równaniem

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0?$$

Zadanie 4

Niech A, B będą macierzami o współczynnikach rzeczywistych i jednakowej liczbie wierszy. Udowodnij, że:

$$r \begin{pmatrix} A & B \\ 2A & 5B \end{pmatrix} = r(A) + r(B),$$

gdzie $r(X)$ oznacza rząd macierzy.