Zadania do rozwiązania przy tablicy 31 października

1 Niech $X = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ oznacza zbiór funkcji z $\mathbb{R}$ do $\mathbb{R}$. Które z poniższych podzbiorów X są podprzestrzeniami liniowymi?
a) funkcje wielomianowe?
b) funkcje spełniające $f(0) = 1$?
c) funkcje spełniające $f(1) = 0$? ‘ d) funkcje spełniające $f(x) = f(-x)$, dla każdego $x \in \mathbb{R}$?
e) funkcje spełniające $f(x) > 0$ dla $x > 0$?
f) funkcje okresowe?

2 Ile jest podprzestrzeni liniowych w $(\mathbb{Z}_3)^2$? Opisać je równaniami.

3 Czy wektor $(1, 1, 1)$ należy do podprzestrzeni liniowej $\mathbb{R}^3$ rozpiętej przez $(1, 3, 2)$, $(1, 2, 1)$, $(2, 5, 3)$? A wektor $(1, 4, 3)$?

4 a) Znaleźć układ wektorów rozpinający podprzestrzeń liniową w $\mathbb{R}^4$ opisaną równaniami

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$$

b) Opisać równaniami podprzestrzeń $\mathbb{R}^4$ rozpiętą przez wektory $(1, -1, 1, 0)$, $(1, 1, 0, 1)$ w $\mathbb{R}^4$,

5 Opisać równaniami podprzestrzeń liniową w $\mathbb{R}^5$ rozpiętą przez wektory

$$(1, -1, 1, -1, 1), \quad (1, 1, 0, 0, 3), \quad (3, 1, 1, -1, 7), \quad (0, 2, -1, 1, 2)\,.$$

6 Udowodnić, że każdy wektor przestrzeni $\mathbb{C}^4$ rozpiętej na wektorach

$$(i, 1, -i, -1),\ (i, -i, 1, -1),\ (1, 0, 0, -1)$$

spełnia warunek: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$. Natomiast nie każdy spełnia $x_4 = -1$.