

## Zadania do rozwiązania przy tablicy 15 stycznia

1 Obliczyć wyznaczniki macierzy

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & -4 \\ -2 & 0 & -5 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -5 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 2 & -5 \\ -4 & -4 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

37, -10, -84, -130

2 Obliczyć wyznacznik macierzy w zależności od parametru  $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & t \\ 2 & 5 & t & 1 \\ 1 & 2 & t & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

3 Obliczyć wyznacznik macierzy

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 125 \\ 1 & 16 & 81 & 128 & 0 \end{pmatrix}$$

4 Wykazać, że  $\det \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix} = \det A \cdot \det C$ .

## Zadania do rozwiązania przy tablicy 16 stycznia

5 Niech  $a_1, a_2, \dots, a_n$  będą elementami ciała. Obliczyć wyznacznik macierzy  $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \dots & a_n^2 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

6 Obliczyć wyznacznik  $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & n & n \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ n-1 & n & n & \dots & n & n & n \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$$

7 Obliczyć wyznacznik  $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

(Obliczyć wartość wyznacznika dla kilku pierwszych wartości  $n$  i udowodnić ogólny wzór indukcyjnie.)