

Pytania na egzamin ustny

- 1) Przekłady grup Liego, grupy zwarte i ich kompleksyfikacje
- 2) Grupa $SL_2(\mathbb{R})$, $SL_2(\mathbb{C})$, $SU(2)$, związek z kwaternionami.
- 3) Algebra Liego, definicja abstrakcyjna i definicja algebry Liego grupy Liego
- 4) Podgrupy jednoparametrowe, własności odwzorowania \exp , funktorialność \exp
- 5) Topologiczne własności grup Liego: podgrupy, ilorazy
- 6) Twierdzenie Liego o odpowiedności między algebrami a grupami
- 7) Klasyfikacja spójnych i przemiennych grup Liego
- 8) Torus maksymalny (istnienie i twierdzenie o sprzężoności torusów maksymalnych)
- 9) Operacje na reprezentacjach grup i algebr Lie
- 10) Podstawowe pojęcia teorii reprezentacji, Lemat Schura
- 11) Reprezentacje grup zwartych, rozkładalność na reprezentacje nieprzywiedlne
- 12) Reprezentacje torusa, charaktery i wagi
- 13) Reprezentacja dołączona Ad i ad
- 14) Ad -niezmienniczy produkt skalarny, forma Killinga
- 15) Teoria charakterów, prostopadłość
- 16) Twierdzenie Petera–Weyla i zanurzanie grupy zwartej w grupy macierzowe
- 17) Inwolucja Cartana dla grup macierzowych, rozkład biegunowy
- 18) Reprezentacje $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$
- 19) Rozkład algebry Liego na przestrzenie pierwiastkowe – przykłady
- 20) Przykłady reprezentacji $\mathfrak{sl}_3(\mathbb{C})$
- 21) Grupy Liego rangi 2 ($\dim(T) = 2$)
- 22) Własności systemów pierwiastków
- 23) Pierwiastki dodatnie, proste
- 24) Diagramy Dynkina i klasyfikacja zwartych/półprostych grup Liego
- 25) Grupa Weyla i jej działania przez odbicia na \mathfrak{t}^* , komory Weyla
- 26) Kraty w \mathfrak{t}^* , \mathfrak{t} i centrum grupy Liego
- 27) Relacje Serra definiujące algebrę Liego
- 28) Grupa G_2 i związek $\mathfrak{so}(8)$ z G_2
- 29) Wektory najwyższej wagi i reprezentacje najwyższej wagi
- 30) Moduły Vermy, zastosowanie do konstrukcji reprezentacji nieprzywiedlnych, opis jądra $M_\lambda \rightarrow V_\lambda$
- 31) Klasyfikacja nieprzywiedlnych reprezentacji SL_n
- 32) Formuła Weyla na charakter reprezentacji nieprzywiedlnej
- 33) Funkcje Schura
- 34) Algebra Clifforda i grupa Clifforda, niskowymiarowe przykłady
- 35) Grupa $Spin(n)$ i spinory
- 36) Przestrzenie jednorodnie G/P .