

Cieć to buc, człowieku. Cieć to buc.

Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2009

Zadanie 1 (10 punktów). „Podejrzane prace” Krzysztof, Jan i Tomasz napisali kolokwium z RPiS. Prace Krzysztofa wyglądają mocno podejrzanie i wykładowca ocenia, że z prawdopodobieństwem 0.8 Krzysztof ściągał. Postanawia zatem porozmawiać z Janem i Tomaszem, którzy na kolokwium siedzieli obok Krzysztofa i wiedzą, czy ściągał. Jan jest kolegą Krzysztofa i powie prawdę, jeśli Krzysztof nie ściągał, ale skłamie z prawdopodobieństwem 0.2 jeśli ściągał. Tomasz nie lubi Krzysztofa do tego stopnia, że powie prawdę jeśli Krzysztof ściągał, ale skłamie z prawdopodobieństwem 0.3, jeśli nie ściągał.

Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że Krzysztof ściągał, jeśli Jan i Tomasz składają sprzeczne zeznania?

Zadanie 2 (10 punktów). Na dysku znajduje się $x + y$ zainfekowanych programów, x z nich jest zainfekowanych wirusem X , a y wirusem Y . Użytkownik uruchamia losowe programy. Za każdym razem, gdy uruchomi program zainfekowany wirusem X , m uprzednio niezainfekowanych programów zostanie zainfekowanych wirusem X , podobnie dla wirusa Y .

Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przy k -tym uruchomieniu zainfekowanego programu, program ten zainfekowany jest wirusem X ?

Zadanie 3 (10 punktów). Do n urn wrzucamy losowo n kul. Niech X oznacza liczbę urn, w których znajduje się co najmniej jedna kula.

1. Oblicz EX oraz $\lim_{n \rightarrow \infty} EX$ (4 punkty),
2. Oblicz $\text{Var}(X)$ (4 punkty),
3. Podaj jak najlepsze oszacowanie z góry na $P(X \leq C)$, gdzie $0 < C < EX$ (2 punkty).

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.