**Sprawdzian 4**

29 maja 2008

**Zadanie 1** *Niech* $\{\mathbb{R}^3;\xi;\mathbb{R}\}$ *będzie przestrzenią ortogonalną,*

$$M(\xi) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

*a) Znaleźć bazę ortogonalną i półunormowaną* $\mathbb{R}^3$*.*

*b) Zbadać, czy istnieje 2-wymiarowe podprzestrzeń* $V \subset \mathbb{R}^3$ *całkowicie zdegenerowana.*

**Zadanie 2** *Niech* $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$*.*

*Niech* $\xi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *będzie określone macierzą* $A$*.*

*a) Sprawdź czy* $\xi$ *jest iloczynem skalarnym.*

*Niech* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *będzie określone macierzą* $A$*.*

*b) Znajdź bazę ortonormalną względem standardowego iloczynu skalarnego przestrzeni* $\mathbb{R}^3$ *złożoną z wektorów własnych* $f$*.*

*c) Znajdź bazę ortogonalną i półunormowaną względem funkcjonału* $\xi$ *przestrzeni* $\mathbb{R}^3$ *złożoną z wektorów własnych* $f$*.*

**Zadanie 3** *Niech* $l_1 = [1,2,3] + lin\ \{(1,0,2)\}$ *i* $l_2 = [0,0,7] + lin\ \{(0,1,3)\}$ *będą prostymi w przestrzeni* $\mathbb{E}^3$*.*

*a) Znajdź odległość między tymi prostymi.*

*b) Napisz wzór analityczny i macierz symetrii* $S$ *względem prostej* $l_2$*.*

*c) Opisz obraz* $l_1$ *w symetrii* $S$*.*