Sprawdzian 3

10 kwietnia 2008

Zadanie 1 *Niech* $f \in L(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ *będzie opisane macierzą*

$$M(f) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

a) Znajdź bazę, w której macierz f jest w postaci Jordana.

b) Zbadaj, czy macierze $M(f)$ *i* $M(f^3)$ *są podobne.*

Zadanie 2 *Niech* $A = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

a) Podaj postać Jordana macierzy A.

b) Wypisz wszystkie macierze Jordana, które mają ten sam wielomian charakterystyczny i ten sam wielomian minimalny co A.

Zadanie 3 *Niech* $A = af\,\{[1,1,1,1],[1,0,1,1],[0,1,0,1],[3,1,3,1]\}$ *i* $B = af\,\{[1,2,1,2],[1,2,1,0],[2,2,2,1],[0,2,0,1]\}$ *będą podprzestrzeniami afinicznymi* $\mathbb{R}^4$.

a) Znajdź bazę punktową $A \cap B$.

b) Opisz przestrzeń $af(A \cup B)$ *układem równań.*

Zadanie 4 *Niech* $f\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *będzie jakimś przekształceniem afinicznym, które proste* $l_1 :\ \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}$ *i* $l_2 = af\,\{[1,-2],[1,0]\}$ *zamienia miejscami.*

a) Napisz macierz przekształcenia f *w standardowym układzie bazowym.*

b) Znajdź punkty stałe i proste niezmiennicze f.