

## Równania różniczkowe zwyczajne – ćwiczenia 16

5 czerwca 2013

1. Wyznaczyć całki pierwsze, i naszkicować portret fazowy dla układu równań

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \cdot (1 - x_1) \cdot (1 - x_2), \\ \dot{x}_2 = x_2 \cdot (1 - x_1) \cdot (1 - x_2). \end{cases}$$

Wypisać wszystkie równowagi i określić ich stabilność.

2. Sprawdź, czy funkcja  $\varphi$  jest całką pierwszą układu równań

a)  $\varphi(x, t) = x_1 x_2 e^{-t}$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 x_2^{-1}, \\ \dot{x}_2 = x_2 - x_1; \end{cases}$$

a)  $\varphi(x, t) = \frac{x_1 - x_2}{t - x_1}$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{t + x_2}{x_1 + x_2}, \\ \dot{x}_2 = \frac{t + x_1}{x_1 + x_2}; \end{cases}$$

3. Narysować portret fazowy i zbadać stabilność punktów równowagi dla poniższych układów równań.

Co można wnioskować z układów zlinearyzowanych?

a)  $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^3 - x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^3 - x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2; \end{cases}$

Skorzystać z funkcji Lapunowa.

c)  $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2^2, \\ \dot{x}_2 = x_1^2 - x_2; \end{cases}$