

Dr hab. Michał Zięmbowski prof. PW
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
Politechnika Warszawska, 00-662 Warszawa
Email: michal.ziembowski@pw.edu.pl

Warszawa, 04 października 2023r.

Recenzja rozprawy doktorskiej Magdaleny Wiertel

*Structure and representations of Hecke - Kiselman algebras
associated to oriented graphs*

1. Informacje wstępne

W rozprawie doktorskiej pani mgr Magdaleny Wiertel, napisanej pod kierunkiem promotora prof. dra hab. Jana Oknińskiego, badane są własności monoidów Hecke - Kiselmana definiowanych z wykorzystaniem skierowanego grafu skończonego Θ i oznaczanych przez HK_{Θ} . W pracy prowadzone są także rozważania na temat struktury związanych ze wspomnianymi monoidami, algebr półgrupowych $K[HK_{\Theta}]$ zwanych algebraami Hecke - Kiselmana.

Motywacje dotyczące badanych obiektów są bardzo solidne i związane między innymi, z pracami w takich obszarach jak algebry Iwahori - Heckeego, grupy Coxetera czy kwantowe równanie Yanga - Baxtera. Sprawia to, że wyniki przedstawione w dysertacji wpisują się w główny nurt badań prowadzonych w teorii półgrup oraz algebr łącznych. Co więcej, w istotny sposób powiększają naszą wiedzę we wspomnianych obszarach.

Rozprawa doktorska opiera się na dwóch artykułach napisanych samodzielnie przez panią Wiertel oraz na dwóch artykułach napisanych z promotorem. Wyniki przedstawione są w sposób konsekwentny i ciekawy.

2. Omówienie rozprawy

2.1 Organizacja pracy

Rozprawa doktorska napisana jest w języku angielskim i składa się z ośmiu rozdziałów i obszernej bibliografii. Pierwszy rozdział ma charakter wstępny, zawiera pojęcia i rezultaty potrzebne w dalszych częściach pracy. Kolejne rozdziały są wkładem doktorantki. W szczególności w rozdziale drugim badana jest struktura monoidów Hecke - Kiselmana definiowanych z wykorzystaniem cyklicznego grafu skierowanego C_n długości n większej bądź równej 3. Ponadto rozważane są algebry monoidowe $K[C_n]$ nad ciałem K . Rozdział trzeci dotyczy radykału Jacobsona, ideałów pierwszych oraz klasycznego pierścienia ułamków wspomnianej algebry $K[C_n]$. Ponadto rozdział ten zawiera rozważania nad radykałem Jacobsona algebry $K[HK_\Theta]$ gdzie Θ jest dowolnym skończonym grafem skierowanym. Rozdział czwarty, chociaż bardzo krótki, zawiera bardzo ciekawe twierdzenie opisujące warunek konieczny i dostateczny jaki musi spełniać skończony graf skierowany Θ aby algebra $K[HK_\Theta]$ była prawostronnie noetherowska. Kolejny rozdział to badania nierozkładalnych reprezentacji algebr Hecke - Kiselmana $K[C_n]$, które spełniają tożsamości wielomianowe. W rozdziale szóstym znajdujemy badania nad wymiarem Gelfanda - Kirillova algebry $K[HK_\Theta]$ w przypadku gdy graf Θ nie posiada dwóch różnych cykli połączonych zorientowaną ścieżką. Rozdział przedostatni, czyli siódmy, to rozważania związane z półgrupowymi identycznościami monoidów Hecke - Kiselmana. Rozdział ósmy zawiera materiał ilustrujący otrzymane we wcześniejszej części rozprawy wyniki na przykładzie skierowanych grafów cyklicznych C_3 i C_4 .

Rozdziały zredagowane są w sposób spójny i logiczny. Podział i prezentacja materiału są bardzo dobre a bibliografia wydaje się kompletna. Chcąc ocenić stronę redakcyjną pracy należy powiedzieć, że jest wzorowa.

2.2 Główne wyniki pracy

Za najciekawsze osiągnięcia rozprawy uważam:

- wykazanie, że każda algebra Hecke - Kiselmana $K[C_n]$ dla skierowanego cyklu C_n długości $n \geq 3$ jest pólpierwszą noetherowską algebrą spełniającą tożsamość wielomianową,
- opis klasycznego pierścienia ułamków algebry $K[C_n]$,
- rozważania dotyczące radykału Jacobsona algebry Hecke - Kiselmana $K[HK_\Theta]$ w przypadku gdy spełnia ona tożsamość wielomianową (Θ jest tu dowolnym skończonym grafem skierowanym),
- wykazanie, że dla skończonego grafu skierowanego Θ i dowolnego ciała K , algebra Hecke - Kiselmana $K[HK_\Theta]$ jest prawostronnie noetherowska wtedy i tylko wtedy, gdy $K[HK_\Theta]$ jest lewostronnie noetherowska wtedy i tylko wtedy, gdy każdy spójny składnik grafu Θ jest zorientowanym cyklem bądź grafem acyklicznym,
- rozważania dotyczące nierozkładalnych reprezentacji algebr Hecke - Kiselmana $K[HK_\Theta]$ spełniających tożsamość wielomianową,
- wyznaczenie wartości wymiaru Gelfanda - Kirillova algebry $K[HK_\Theta]$ dla dowolnego skończonego grafu zorientowanego Θ , który nie zawiera dwóch różnych cykli połączonych skierowaną ścieżką.

Podsumowując tę część recenzji chciałbym wypowiedzieć moje uznanie dla doktorantki dotyczące biegłości z jaką posługuje się znanymi z literatury faktami dotyczącymi teorii pierścieni nieprzemiennych oraz głębokiego spojrzenia na badane obiekty ze strony algebraicznej ale także kombinatorycznej. Widać to w bardzo wyrazisty sposób w prowadzonych dowodach. Są one bardzo pomysłowe co sprawia dużą przyjemność czytelnikowi podczas przebijania się przez kolejne strony rozprawy.

3. Konkluzja

Pragnę podkreślić, że uzyskane w pracy wyniki stanowią oryginalny naukowy dorobek doktorantki, który oceniam jako bardzo wysoki i ważny w teorii pierścieni nieprzemiennych. Rozprawa dobrze wpisuje się w aktualne badania w obszarze którego dotyczy. Podjętą tematykę uważam za trudną, szczególnie od strony technicznej, a samą rozprawę za bardzo dobrą.

W podsumowaniu stwierdzam, że poziom wiedzy, kultury matematycznej i umiejętności doktorantki spełniają w zupełności wymagania zwyczajowe, a recenzowana praca spełnia wszelkie wymagania ustawowe, stawiane rozprawom doktorskim.

Wnoszę o dopuszczenie pani mgr Magdaleny Wiertel do dalszych etapów postępowania związanego z nadaniem stopnia naukowego doktora w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych, w dyscyplinie matematyka.

Jednocześnie, uznając recenzowaną rozprawę za wyróżniającą się, wnoszę o wyróżnienie rozprawy pani mgr Magdaleny Wiertel przez Radę Naukową Dyscyplin Matematyka i Informatyka Uniwersytetu Warszawskiego.

Prof. dr hab. Andrzej Wiertel

