

O nierówności Straussa i innych własnościach funkcji (multi)-radialnych

Związek pomiędzy regularnością a znikaniem w nieskończoności funkcji spełniających pewne warunki symetrii, np. funkcji radialnych został zauważony w późnych latach 60-tych przez matematyków zajmujących się równaniami cząstkowymi. W szczególności W. Strauss udowodnił następującą nierówność:

$$|x|^{\frac{n}{2}-1}|f(x)| \leq \|\nabla f\|_2, \quad f \in \dot{W}_2^1(\mathbb{R}^n),$$

gdzie f jest funkcją radialną na \mathbb{R}^n , $n > 2$. Zauważono, że ta nierówność pociąga zwartość włożeń typu Sobolewa dla podprzestrzeni przestrzeni Sobolewa złożonych z funkcji radialnych. Jest to ściśle związane z faktem, że brak zwartości zwykłych włożeń Sobolewa na \mathbb{R}^n jest związany z działaniem jakiejś grupy izometrii odpowiedniej przestrzeni funkcyjnej. Ta ostatnia obserwacja prowadzi do pojęć ko-zwerności i rozkładów profilowanych. Poza funkcjami radialnymi można rozpatrywać również słabsze warunki symetrii np. funkcje multi-radialne (blokowo-radialne).

W czasie wykładu omówię wyniki uzyskane wspólnie z W. Sikelem (Jena) i C. Tintarevem (Uppsala) dotyczące uogólnień nierówności Straussa na szersze klasy funkcji, zarówno w sensie warunków symetrii (funkcje multi-radialne) jak i sposobów określania gładkości.