

# Sieci bayesowskie w adaptacji i optymalizacji schematów zachowań

Autoreferat rozprawy doktorskiej

Michał Matuszak

04–12–2012

## 1 Krótkie przedstawienie rozprawy

Problemy NP–trudne pojawiają się bardzo często w praktycznych zastosowaniach i pomimo tego, że najprawdopodobniej nie posiadają one efektywnych rozwiązań, to nieustannie trwają badania poszukujące coraz to lepszych algorytmów rozwiązujących zagadnienia NP–trudne w sposób przybliżony. Przedmiotem rozprawy jest wykorzystanie probabilistycznych modeli graficznych do rozwiązywania różnorodnych problemów NP–trudnych. Staraliśmy się nie ograniczać tylko do jednej, wąskiej podklasy modeli graficznych, ale pokazać zastosowania możliwie największej ich liczby. W pracy wykorzystujemy sieci bayesowskie, diagramy wpływów, sieci bayesowsko-gaussowskie oraz wielokątne pola Markowa. Drugim celem rozprawy jest zaprezentowanie możliwych zastosowań dla stochastycznej metody optymalizacji zaproponowanej przez Chena [6, 7].

W pierwszej części rozprawy (Rozdział 2) przedstawiliśmy podstawowe informacje dotyczące probabilistycznych modeli graficznych, które są niezbędne dla wyjaśnienia otrzymanych wyników. Rozdział ten zawiera również opis algorytmu Chena. W Rozdziale 3 można znaleźć krótkie podsumowanie wyników wraz z planami dalszej pracy. Kluczowym elementem rozprawy są załączone w rozprawie publikacje:

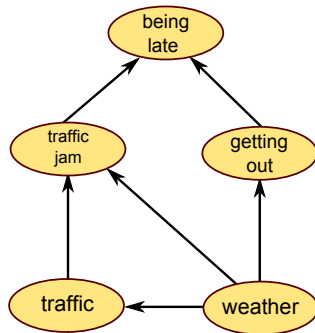
- Praca **A**: MATUSZAK, M., SCHREIBER, T. A new stochastic algorithm for strategy optimisation in Bayesian influence diagrams, Proceedings of the 10th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing, Zakopane, Poland, Lecture Notes in Artificial Intelligence 6114, pp. 574–581 (2010)

- Praca **B**: MATUSZAK, M., MIĘKISZ, J., SCHREIBER, T. Smooth Conditional Transition Paths in Dynamical Gaussian Networks, Proceedings of the 34th Annual German Conference on Artificial Intelligence: Advances in Artificial Intelligence, Berlin, Germany, Lecture Notes in Artificial Intelligence 7006, pp. 204–215 (2011)
- Praca **C**: MATUSZAK, M., SCHREIBER, T. Locally specified polygonal Markov fields for image segmentation, Mathematical Methods for Signal and Image Analysis and Representation, Series: Computational Imaging and Vision, Vol. 41, pp. 261–274, Florack, L.; Duits, R.; Jongbloed, G.; Lieshout, M.-C. van; Davies, L. (Eds.), ISBN 978-1-4471-2352-1, Springer-Verlag (2012)
- Praca **D**: MATUSZAK, M., MIĘKISZ, J., SCHREIBER, T. Solving Ramified Optimal Transport Problem in the Bayesian Influence Diagram Framework, Proceedings of the 11th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing, Zakopane, Poland, Lecture Notes in Computer Science 7268, pp. 582–590 (2012)
- Praca **E**: MATUSZAK, M., MIĘKISZ, J. Stochastic Techniques in Influence Diagrams for Learning Bayesian Network Structure, Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks, Lausanne, Switzerland, Part I, Lecture Notes in Computer Science 7552, pp. 33–40 (2012)

## 2 Wprowadzenie

Probabilistyczne modele graficzne pozwalają na zwartą reprezentację łącznego rozkładu prawdopodobieństwa. W grafach tych wierzchołki reprezentują zmienne losowe, natomiast krawędzie zależności między zmiennymi. Taka reprezentacja umożliwia wskazanie zależności pomiędzy zmiennymi za pomocą operacji grafowych. Ze względu na strukturę grafów, modele graficzne mogą być podzielone na trzy główne klasy: modele bazujące na grafach skierowanych, bazujące na grafach nieskierowanych oraz wykorzystujące grafy mieszane, czyli mogące zawierać jednocześnie krawędzie skierowane jak i nieskierowane.

Bardzo ważną podklasą graficznych modeli probabilistycznych są sieci bayesowskie (BN), nazywane także sieciami przekonań. Zostały one wprowadzone przez Pearlą [16] do reprezentacji niepewności oraz do podejmowania decyzji w jej obecności. Bazują one na acyklicznych grafach skierowanych (DAG). Sieci bayesowskie umożliwiają reprezentację zależności po-



Rysunek 1: Przykładowa sieć bayesowska.

między zmiennymi losowymi w uporządkowany i wygodny sposób. Zależności mogą być określane przez eksperta, przedstawiane graficznie oraz można na ich podstawie wnioskować. Reprezentacja łącznego rozkładu prawdopodobieństwa przy pomocy sieci bayesowskich jest wysoce efektywna oraz pozwala na łatwe i szybkie dokonywanie obliczeń.

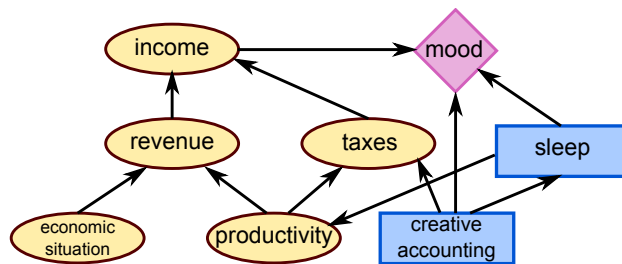
Na Rys. 1 została przedstawiona prosta sieć bayesowska. Z rysunku możemy się dowiedzieć, że wierzchołek *being late* zależy bezpośrednio od wierzchołków *getting out* i *traffic jam*, a nie zależy bezpośrednio np. od wierzchołków *weather*.

## 2.1 Algorytm Chena

W swojej pracy Chen [7] zaproponował interesujący i jednocześnie prosty stochastyczny algorytm optymalizacji dla problemu komiwojażera (TSP). Algorytm okazał się stosunkowo efektywny, ale nie zyskał dotychczas dużej popularności w literaturze. Algorytm wykorzystuje iteracyjną procedurę, która w kolejnych krokach generuje losowo trasy komiwojażera. Do każdego miasta dołączamy tabelę wag, która odpowiada za połączenia z każdym z pozostałych miast. Wyboru kolejnego miasta do odwiedzenia, spośród jeszcze nie odwiedzonych, dokonuje się z prawdopodobieństwem proporcjonalnym do odpowiadającej mu wagi z tabeli wag. Tym sposobem wszystkie miasta zostają odwiedzone oraz został zagwarantowany powrót do miasta startowego. Długość powstałej drogi jest następnie porównywana z długością drogi otrzymana w poprzedniej iteracji algorytmu. Jeżeli nowy cykl jest krótszy od poprzedniego, to odpowiednie wagi dla sąsiednich miast w tabeli wag są wzmacniane, a w przeciwnym wypadku odpowiednie wagi są osłabiane. Algorytm kończy działanie gdy znormalizowane wagi są bliskie zeru lub jedynie. Taki układ wag odpowiada deterministycznemu wyborowi drogi dla komiwojażera.

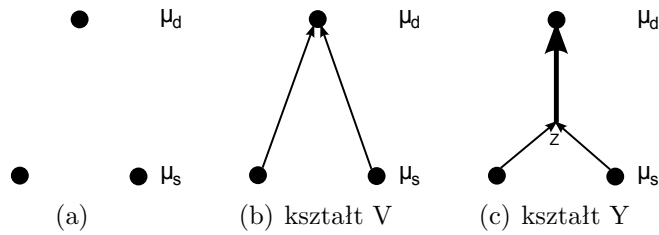
### 3 Optymalizacja strategii decyzyjnych w bayesowskich diagramach wpływów

Diagramy wpływów (ID) [10, 15, 16] są podklasą probabilistycznych modeli graficznych skupioną na podejmowaniu problemów decyzyjnych w obecności niepewności. Można je traktować jako uogólnienie drzew decyzyjnych [10]. Podobnie jak sieci bayesowskie są zbudowane na acyklicznych grafach skierowanych. Oprócz węzłów występujących w BN posiadają również węzły decyzyjne oraz węzły użyteczności. Z każdym z węzłów użyteczności jest stowarzyszona funkcja użyteczności. Krawędzie prowadzące do węzłów decyzyjnych pełnią rolę informacyjną nt. dostępnych informacji w momencie podejmowania decyzji. Rozwiązanie diagramu wpływów polega na znalezieniu optymalnych decyzji dla każdego z węzłów decyzyjnych, tak aby zmaksymalizować wartość funkcji użyteczności. Znalezienie optymalnej strategii decyzyjnej dla diagramu wpływów jest zadaniem NP-trudnym [10].



Rysunek 2: Przykładowy diagram wpływów.

Zaproponowany w [Praca A] stochastyczny algorytm generuje optymalne strategie decyzyjne wykorzystując metodę przeszukiwania wzmocnioną iteracyjnym samowyzaraniem, która stopniowo pozyskuje nowe informacje. U podstaw stworzonego algorytmu leży zaproponowana przez Chena metoda stochastycznej optymalizacji dla problemu komiwojażera (TSP). Z każdym z węzłów decyzyjnych stowarzyszyliśmy tablicę wag, która odpowiada za podjęcie decyzji. W trakcie iteracji algorytmu, podobnie jak to miało miejsce w oryginalnym algorytmie, wagi stopniowo są wzmocniane/osłabiane. Algorytm kończy swe działanie, gdy każdy z wektorów wag składa się z samych wartości bliskich 0 lub 1, co odpowiada deterministycznej strategii decyzyjnej. Podczas każdej iteracji algorytmu, tylko część węzłów podlega optymalizacji, a pozostałe są z niej wyłączone. Dodatkowo, żadne dwa węzły podlegające optymalizacji w danej iteracji nie mogą leżeć na wspólnej ścieżce.



Rysunek 3: (a) Przykład 3 miast [Praca D]. Dwa z nich są źródłem, a trzecie na górze jest miastem docelowym, (b) rozwiązanie Monge’a–Kantorowicha, (c) rozwiązanie Gilberta, położenie wewnętrznego wierzchołka  $z$  może zostać wyznaczone analitycznie [23].

### 3.1 Uczenie struktury sieci bayesowskiej

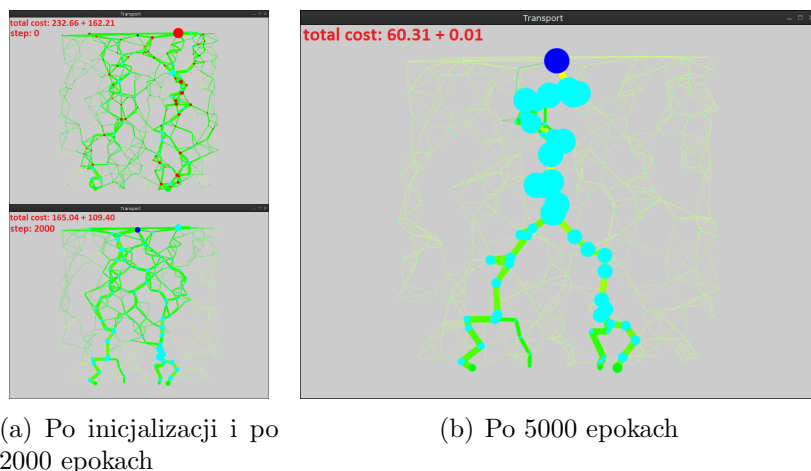
Uczenie struktury sieci bayesowskiej, dla danych węzłów oraz zbioru ich obserwacji, polega na wyznaczeniu skierowanych krawędzi w grafie, które najlepiej charakteryzują (nie)zależności strukturalne w powstałej sieci dla danego zbioru obserwacji. Problem uczenia struktury sieci bayesowskiej jest zadaniem NP-trudnym [8].

Rozszerzona wersja algorytmu [Praca A] została użyta do uczenia struktury sieci bayesowskiej. Zaproponowany algorytm [Praca E] przekształca, wykorzystując diagramy wpływów, problem uczenia struktury sieci bayesowskiej w problem optymalizacji strategii decyzyjnych, który może zostać rozwiązany przy pomocy istotnie rozszerzonego algorytmu rozwiązywania diagramów wpływów. Wyniki numeryczne potwierdzają konkurencyjność naszej metody dla pewnych klas grafów.

### 3.2 Ramifikacja transportu na płaszczyźnie

Problem transportowy [1] został wprowadzony przez G. Monge w pracy *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais*. Oryginalny problem polegał na przeniesieniu sterty gleby z jednego miejsca do drugiego przy minimalnym wysiłku. W 1942 Kantorovich [11] przedstawił formalizację zrelaksowanego problemu Monge’a. W problemie Monge’a–Kantorowicha zakładamy, że koszt transportu jest proporcjonalny do odległości i transportowanej masy. Faworyzuje on wąskie drogi, co jest nieopłacalne z ekonomicznego punktu widzenia.

Pierwszy model, który brał pod uwagę koszt dróg został wprowadzony przez Gilberta i został szczegółowo zbadany w [23]. W tej pracy pokazano, że aby dostarczyć towary z dwóch sąsiednich miast do trzeciego, które jest od nich znacznie oddalone (Rys. (c)), bardziej opłacalne może być przetranspor-



Rysunek 4: Wynik działania algorytmu dla czterech źródeł i jednego odbiorcy. Diagram wpływów składa się z 400 losowo rozmieszczonych węzłów decyzyjnych [Praca D].

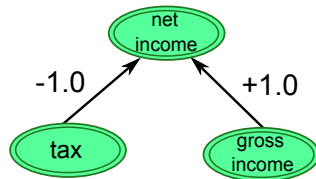
towanie towarów do wspólnego miejsca, a następnie jednoczesny transport do miasta docelowego. W takim przypadku drogi w kształcie litery Y będą preferowane nad drogami w kształcie litery V. Otrzymane rozwiązania tworzą struktury podobne do ścieżek transportowych spotykanych w liściach.

W pracy [Praca D] zaproponowaliśmy algorytm przekształcający problem transportowy w problem decyzyjny dla diagramów wpływów. Powstały diagram wpływów składa się ze stosunkowo dużej liczby węzłów decyzyjnych. W celu rozwiązania takiego diagramu wykorzystaliśmy opracowany przez nas algorytm rozwiązywania diagramów wpływów [Praca A]. Otrzymany algorytm uzyskuje zadowalające wyniki.

## 4 Optymalne warunkowe trajektorie przejścia

Sieci gaussowsko–bayesowskie [21] stanowią rozszerzenie sieci bayesowskich na zmienne ciągłe. Są często wykorzystywanym narzędziem do podejmowania decyzji oraz wnioskowania. W biologii molekularnej można za ich pomocą charakteryzować dynamikę protein [9]. Ich zaletą jest możliwość wykonania części operacji w czasie wielomianowym (w odróżnieniu od analogicznych operacji dla sieci bayesowskich) oraz lokalna natura obliczeń, która ułatwia zrównoleglenie obliczeń [21].

Wykorzystaliśmy matematyczne techniki wariacyjnej minimalizacji funkcjonału akcji dla znalezienia optymalnych trajektorii warunkowych w dy-



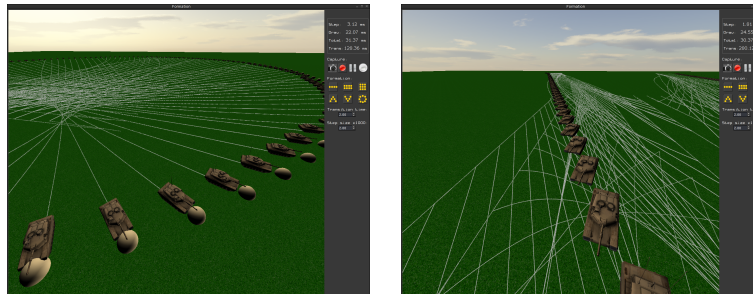
Rysunek 5: Przykładowa sieć gaussowsko–bayesowska.

namicznych sieciach gaussowskich, które realizują dodatkowe cele postawione przed sterowanym siecią agentem przy możliwie minimalnym zaburzeniu schematu jego zachowań typowych [Praca B]. Wersja równoległa, działająca na procesorach kart graficznych, została przedstawiona w [14]. W terminach intuicyjnych oznacza to przykładowo możliwość symulacji postaci lub grupy postaci w wirtualnym środowisku, tak aby wykonywały one np. wyznaczone zadania motoryczne (przemieszczenie się w wyznaczone miejsce, przyjęcie zadanej pozycji itp.) przy jednoczesnym pełnym zachowaniu typowych przyzwyczajzeń i charakterystyk motorycznych.

Optymalne trajektorie warunkowe posiadają szerokie spektrum możliwych zastosowań, które zostały przedstawione w dwóch następujących podrozdziałach.

#### 4.1 Kontrola i przegrupowanie jednostek

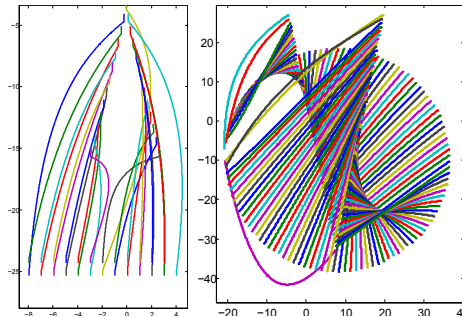
Otrzymałą minimalizację funkcjonau akcji można bezpośrednio zastosować do kontroli ruchu jednostek poruszających się w formacjach oraz do optymalnego przegrupowania grupy jednostek w inną formację [4, 5]. Tak określony problem posiada wiele potencjalnych zastosowań jak na przykład sterowanie pojazdami na parkingu, które umożliwia optymalny wjazd i wyjazd pojazdów, kontrolę statków kosmicznych w przestrzeni kosmicznej jak i na orbicie okołoziemskiej podczas lotu oraz przy zmianach formacji. Rozwijane metody mogą również znaleźć zastosowanie w wojskowości, gdzie stosowanie właściwych formacji pozwoli na efektywniejsze wykorzystanie ograniczonych zasobów takich jak choćby sensory, poprzez podział otoczenia na sekcje. Każdy z członków formacji może skupić uwagę na przydzielonej sekcji, podczas gdy pozostały obszar jest pod nadzorem jego współtowarzyszy. Przedstawiony mechanizm jest z powodzeniem wykorzystywany przez pilotów wojskowych w celu optymalnego wykorzystania posiadanych radarów oraz zmysłów percepcji. Optymalne stosowanie formacji prowadzi do ograniczenia ofiar spowodowanych wrogim ostrzałem, wykorzystywania możliwości odporniejszych jednostek czy przeprowadzenia ewakuacji z niebezpiecznych terenów.



(a) kwadrat  $\mapsto$  okrąg

(b) klin  $\mapsto$  szereg

Rysunek 6: Przykład działania aplikacji. Na rysunku (a) 225 jednostek przechodzi z formacji kwadratowej w formację na okręgu. Podobnie (b) przedstawia przejście z formacji klinowej w szereg [Praca B].



Rysunek 7: Trajektorie przejścia wszystkich jednostek z formacji *klin* w formację *dwuszereg* (po lewej). Natomiast po prawej zostały zaprezentowane trajektorie przejścia 121 jednostek z formacji na *okręgu* w formację *kwadratową* [Praca B].

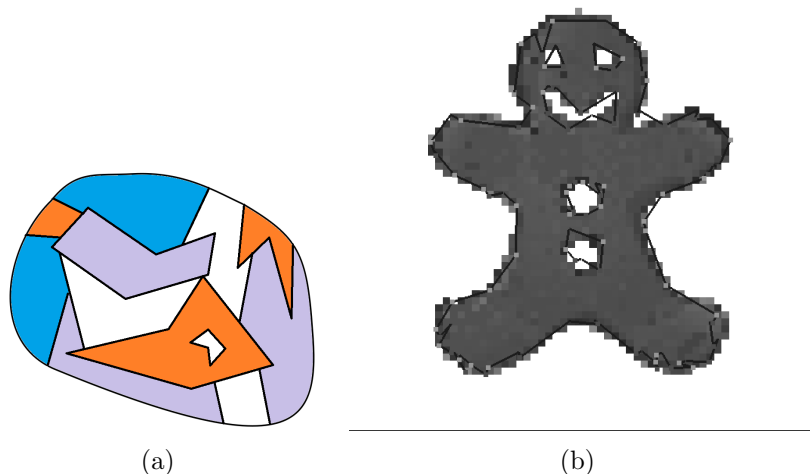
## 4.2 Animacja postaci

W pierwszej kolejności musieliśmy wyrazić dane pochodzące z *Motion Capture*<sup>1</sup> w terminach sieci gaussowskich. Ruch odwzorowany za pomocą sieci powinien być jak najbardziej zbliżony do oryginalnego i co najwyżej nieco gładszy. Współczynniki w sieci gaussowskiej wyznaczyliśmy przy pomocy metod regresji. Okazało się to zadaniem nietrywialnym. Niezbędne było zdefiniowanie hierarchicznych zależności pomiędzy częściami ciała animowanej postaci. Intuicyjne zależności typu *dłoń* – *przedramię* – *ramię* okazały się mylące i wysoce niestabilne. Aby wyznaczyć właściwe relacje pomiędzy częściami ciała dla danej animacji skorzystaliśmy z metod optymalizacji sto-

<sup>1</sup>Wykorzystaliśmy dane dostępne pod adresem: <http://www.mocap.cs.cmu.edu>. Baza animacji została stworzona dzięki wsparciu: NSF EIA-0196217.







Rysunek 9: (a) Realizacja procesu Araka. (b) Wynik segmentacji *piernikowego ludka* [Praca C].

Jednym z podstawowych zagadnień w grafice komputerowej jest segmentacja obrazów, czyli podział obrazu na różne (nie nachodzące na siebie) fragmenty, które są jednakowe pod względem pewnej ustalonej charakterystyki [18]. Przykładowo ze zdjęcia w zoo chcemy wyodrębnić wszystkie zwierzęta, drzewa oraz niebo. Segmentacja obrazów posiada wiele zastosowań w obrazowaniu medycznym [17], odkrywaniu zmian patologicznych [24] czy w określaniu kształtu i rozmiaru organów [12, 22].

Wykorzystując zaproponowaną teorię stworzyliśmy algorytm segmentacji obrazów oparty na optymalizacji dynamiki Markowskiej łączący ideę symulowanego wyżarzania ze stochastyczną optymalizacją zaproponowaną przez Chena [Praca C].

## 6 Podsumowanie

Wykorzystując różnorodne klasy probabilistycznych modeli graficznych, zaproponowaliśmy algorytmy dla kilku interesujących problemów NP-trudnych. Pokazaliśmy również szereg zastosowań dla algorytmu stochastycznej optymalizacji Chena, która była szeroko wykorzystywana w niniejszej rozprawie. Reasumując:

- Opracowaliśmy stochastyczny algorytm rozwiązywania diagramów wpływów [Praca A].

- Przetłumaczyliśmy problem optymalnej ramifikacji transportu na terminy diagramów wpływów. Powstałe diagramy wpływów były dopasowane do naszego algorytmu rozwiązującego [Praca D].
- Stworzyliśmy algorytm uczenia struktury sieci bayesowskiej wykorzystujący zmodyfikowany algorytm rozwiązywania diagramów wpływów [Praca E].
- Korzystając z matematycznych technik wariacyjnych minimalizacji funkcjonału akcji znaleźliśmy optymalną trajektorię warunkową w dynamicznych sieciach gaussowskich przy ustalonym czasie przejścia pomiędzy zadanymi konfiguracjami [Praca B]. Wykorzystaliśmy te wyniki do:
  - Symulacji grupy wirtualnych jednostek na płaszczyźnie. Jednostki potrafią utrzymywać zadaną formację oraz przechodzić płynnie do innej.
  - Animacji pojedynczej postaci oraz do optymalnego przełączania między zadanymi animacjami.
- Zaproponowaliśmy algorytm segmentacji obrazów wykorzystujący wielokątne pola Markowa [Praca C].

## Literatura

- [1] AMBROSIO, A. Optimal transport maps in Monge–Kantorovich problem, *Proceedings of the ICM, Beijing 3*: 131–140 (2002).
- [2] ARAK, T. On Markovian random fields with finite number of values, *4th USSR-Japan symposium on probability theory and mathematical statistics, Abstracts of Communications*, Tbilisi (1982).
- [3] ARAK, T., SURGAILIS, D. Markov Fields with Polygonal Realizations, *Probab. Th. Rel. Fields* **80**, 543–579 (1989).
- [4] BALCH, T., ARKIN, R.C. Behavior-based formation control for multi-robot teams, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 14(6), pp. 926–939 (1998).
- [5] BALCH, T., HYBINETTE, M. Behavior-Based Coordination of Large-Scale Robot Formations, *Multi-Agent Systems, International Conference on Multiagent Systems – ICMAS*, pp. 363–364, (2000).

- [6] CHEN, K. A general learning algorithm for solving optimization problems and its application to the spin glass problem, *Europhys. Lett.* **43** 6, 635–640 (1998).
- [7] CHEN, K. Simple learning algorithm for the traveling salesman problem, *Phys. Rev. E* **55**, 7809–7812 (1997).
- [8] CHICKERING, D. M. Learning Bayesian networks is NP–complete, *Learning from Data: Artificial Intelligence and Statistics V*, pp. 121–130. Springer–Verlag (1996).
- [9] HALILOGLU, T., BAHAR, I., ERMAN, B. Gaussian dynamics of folded proteins, *Physical Review Letters* *79*, pp. 3090–3093, (1997).
- [10] JENSEN, F.V., NIELSEN, T.D. Bayesian Networks and Decision Graphs, 2nd Ed., *Springer* (2007).
- [11] KANTOROVICH, L.V. On the transfer of masses, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* *37*: 227–229 (1942).
- [12] LARIE, S.M., ABUKMEIL, S.S. Brain abnormality in schizophrenia: a systematic and quantitative review of volumetric magnetic resonance imaging studies, *J. Psych.*, *172*:110–120 (1998).
- [13] LIESHOUT, M.N.M. VAN, SCHREIBER, T. Perfect simulation for length-interacting polygonal Markov fields in the plane, *Scand. Journal of Statistics*, **34**, 615–625 (2007).
- [14] MATUSZAK, M., SCHREIBER, T. GPU Accelerated Smooth Formation Redeployment in Multiagent Environment, *Mathematical Methods in Modelling and Analysis of Concurrent Systems*, (2011).
- [15] NEAPOLITAN, R. E. Learning Bayesian Networks, *Prentice Hall Series in Artificial Intelligence*, *Pearson Prentice Hall* (2004).
- [16] PEARL, J. Fusion, propagation, and structuring in belief networks, *Artificial Intelligence*, Vol. 29, Issue 3, pp. 241–288, (1986).
- [17] PHAM, D.L., XU, C., PRINCE, J.L. A Survey of Current Methods in Medical Image Segmentation, *Annual Review of Biomedical Engineering*, Volume 2, pp.315–337 (2000).
- [18] ROSENFELD, A., KAK, A. C. Digital picture processing, 2nd edn, Vol. 2. Orlando: Academic Press (1982).

- [19] SCHREIBER, T. Random dynamics and thermodynamic limits for polygonal Markov fields in the plane, *Advances in Applied Probability* **37**, 884-907 (2005).
- [20] SCHREIBER, T., LIESHOUT, M.N.M. VAN Disagreement loop and path creation/annihilation algorithms for binary planar Markov fields with applications to image segmentation, *Scand. J. Stat., Vol. 37 no. 2*, 264-285 (2010).
- [21] SHACHTER, R.D., KENLEY, C.R. Gaussian influence diagrams *Management Science*, 35(5), pp. 527-550, (1989).
- [22] WORTH, A.J., MAKRIS, N., CAVINESS, V.S., KENNEDY, D.N. Neuroanatomical segmentation in MRI: technological objectives, *Int. J. Patt. Rec. Art. Intel.*, 11:1161-1187 (1997).
- [23] XIA, Q. Optimal paths related to transport problems, *Communications in Contemporary Mathematics*, 5 no. 2, 251-279 (2003).
- [24] ZIJDENBOS, A.P., DAWANT, B.M. Brain segmentation and white matter lesion detection in MR images, *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 22:401-465 (1994).