Zagadnienia złożoności w logikach wielomodalnych dla systemów wieloagentowych

Autoreferat rozprawy doktorskiej

Marcin Dziubiński

Czerwiec 2010

1 Wprowadzenie

Systemy wieloagentowe stanowią nowe podejście do analizowania, projektowania i implementowania rozproszonych aplikacji przeznaczonych do pracy w dynamicznym, nieprzewidywalnym i otwartym środowisku. Jako dziedzina badawcza, podejście to wyłoniło się we wczesnych latach dziewięćdziesiątych zeszłego wieku jako gałąź rozproszonej sztucznej inteligencji. Od tamtej pory dziedzina ta wyewoluowała do niezależnej dyscypliny łączącej w sobie badania z wielu obszarów, takich jak sztuczna inteligencja, systemy rozproszone, ekonomia, teoria gier, filozofia oraz logika formalna [16, 21, 22].

Podstawową abstrakcją w systemach wieloagentowych jest *agent* – jednostka osadzona w pewnym środowisku, zdolna do elastycznego i autonomicznego działania, również w grupie. Zachowania grupowe oznaczają zdolność do uczestniczenia w interakcjach wysokiego poziomu, takich jak kooperacja czy negocjacje. Szczególnie ważna jest kooperacja, pozwalająca agentom na osiąganie celów wykraczających poza ich indywidualne możliwości. Uważana jest ona za jedną z najatrakcyjniejszych cech podejścia wieloagentowego.

Formalizacja pojęć pojawiających się kontekście systemów wieloagentowych, zarówno epistemicznych, takich jak wiedza czy przekonania, jak też motywacyjnych, takich jak cele, intencje czy zobowiązania, jest ważnym i nietrywialnym zadaniem. Najbardziej wpływowym modelem pojedynczego agenta, na którym opiera się wiele ważnych formalizmów jest *model BDI* (*ang.* Beliefs, Desires/Goals, Intentions) [4, 29, 30]. W modelu tym, wywodzącym się z idei wnioskowania praktycznego [3] agent opisywany jest w terminach trzech pojęć: *przekonań* (*ang.* beliefs), reprezentujących informacje posiadane przez agenta, *celów* (*ang.* desires) reprezentujących zadania, które mogą być wybrane do realizacji oraz *intencji* (*ang.* intentions), reprezentujących zadania aktualnie realizowane przez agenta. Formalizmy mające opisywać grupowe aspekty agentowości, w tym kooperację, rozszerzają model BDI o pojęcia zbiorowe, między innymi takie jak wspólne przekonania, wzajemne intencje czy wspólne zobowiązania [20, 35, 5, 1].

2 Logika TeamLog

Wiele pojęć kluczowych dla systemów wieloagentowych ma charakter intensjonalny, dlatego też ich formalizacje opierają się na logice modalnej. Przedstawiana rozprawa skupia się na logice TeamLog [5], rozwijanej w ramach wieloletniej współpracy między Uniwersytetem Warszawskim i Uniwersytetem w Groningen. TeamLog jest reprezentatywnym i uznanym w świecie formalizmem dla systemów wieloagentowych i ujmuje w najszerszym zakresie aspekty związane z pracą zespołową. TeamLog składa się z trzech warstw. W pierwszej warstwie, o nazwie TeamLog$^{\mathrm{ind}}$, zdefiniowano informacyjne i motywacyjne *indywidualne postawy agenta.* Wprowadzono trzy grupy modalności służące do reprezentacji przekonań, celów i intencji pojedynczych agentów. Druga warstwa przedstawia pewien model współpracy w grupie, poprzez zdefiniowanie systemu grupowych pojęć motywacyjnych. Wprowadzono w niej dwa zestawy modalności pozwalające na wyrażanie wspólnych zobowiązań i wzajemnych intencji grup agentów. Na tej podstawie zdefiniowane są pojęcia *kolektywnych intencji* oraz *kolektywnych zobowiązań*, charakteryzujących *zespoły agentów*, tzn. grupy współpracujących agentów. Pierwsze dwie warstwy stanowią rdzeń formalizmu i są określane mianem TeamLog. Trzecia warstwa odnosi statyczne definicje postaw grupowych do dynamicznego środowiska. Wprowadza ona zdaniową logikę dynamiczną, co pozwala na opisywanie akcji i planów agentów jak również ewolucję statycznych aspektów pojedynczych agentów i całych zespołów. TeamLog wraz z trzecią warstwą nazwany jest TeamLog$^{\mathrm{dyn}}$.

3 Sformułowanie problemu

Opisywana rozprawa zajmuje się problemem spełnialności formalizmów TeamLog, TeamLog$^{\mathrm{ind}}$ oraz ich fragmentów. Problem spełnialności jest istotny dla dwóch zadań, które pojawiają się przy tworzeniu systemów wieloagentowych. Pierwsze dotyczy projektowania i tworzenia specyfikacji takich systemów. W tym przypadku istotne jest stworzenie narzędzi, które wspomagałyby pracę projektanta pozwalając na weryfikację tworzonych specyfikacji. Sprawdzanie spójności specyfikacji w swojej istocie sprowadza się do rozwiązania problemu spełnialności. Drugie zadanie dotyczy implementacji pojedynczych agentów. Na ogół implementacje systemów BDI opierają się na formalizmach logicznych i wykonanie programu agenta wiąże się z przeprowadzaniem wnioskowania w tych formalizmach.

TeamLog$^{\mathrm{ind}}$ jest zdaniową logiką wielomodalną wprowadzającą trzy grupy operatorów modalnych, zdefiniowanych na podstawie skończonego i niepustego zbioru agentów $\mathcal{A}$:

- $\{[\mathrm{B}]_j : j \in \mathcal{A}\}$, do reprezentowania przekonań agenta,
- $\{[\mathrm{G}]_j : j \in \mathcal{A}\}$, do reprezentowania przekonań agenta,
- $\{[\mathrm{I}]_j : j \in \mathcal{A}\}$, do reprezentowania przekonań agenta.

Formuła $[\mathrm{B}]_j\varphi$ oznacza, że agent j ma przekonanie, że φ zachodzi. Formuła $[\mathrm{G}]_j\varphi$ oznacza, że celem agenta j jest φ. Formuła $[\mathrm{I}]_j\varphi$ oznacza, że intencją agenta j jest φ.

Dla operatorów $\{[\mathrm{B}]_j : j \in \mathcal{A}\}$ przyjęty jest system aksjomatów $\mathrm{KD45}_n$, który stanowi podstawową aksjomatyzację przekonań przyjętą w literaturze [23, 10]. Dla operatorów $\{[\mathrm{G}]_j : j \in \mathcal{A}\}$ przyjęty jest system aksjomatów K_n zaś dla operatorów $\{[\mathrm{I}]_j : j \in \mathcal{A}\}$ przyjęty jest system aksjomatów KD_n. Podobna aksjomatyzacja przyjmowana jest również w innych logikach modalnych opartych na architekturze BDI, np. logika Cohen'a i Levesque'a [4], logika Rao i Georgeff'a [29] oraz KARO [24].

Logika TeamLog$^{\mathrm{ind}}$ wprowadza dodatkowo aksjomaty łączące modalności z różnych grup, odpowiadające pożądanym własnościom przekonań, celów i intencji (por. [5]):

BG4 $[\mathrm{G}]_j\varphi \to [\mathrm{B}]_j[\mathrm{G}]_j\varphi$ (pozytywna introspekcja celów),

BG5 $\neg[\mathrm{G}]_j\varphi \to [\mathrm{B}]_j\neg[\mathrm{G}]_j\varphi$ (negatywna introspekcja celów),

BI4 $[\mathrm{I}]_j\varphi \to [\mathrm{B}]_j[\mathrm{I}]_j\varphi$ (pozytywna introspekcja intencji),

BI5 $\neg[\mathrm{I}]_j\varphi \to [\mathrm{B}]_j\neg[\mathrm{I}]_j\varphi$ (negatywna introspekcja intencji),

IG $[\mathrm{I}]_j\varphi \to [\mathrm{G}]_j\varphi$ (zgodność intencji i celów).

Aksjomaty łączące modalności z różnych grup można spotkać również w innych logika opartych na BDI. Cohen i Levesque [4] rozważają aksjomat określany mianem realizmu. Rao i Georgeff przyjmują w swojej logice aksjomat zgodności intencji i celów oraz aksjomaty pozytywnej introspekcji celów i intencji [29]. Rozważają oni również trzy różne wersje realizmu [30] i charakteryzujące je aksjomaty.

Logika TeamLog wprowadza dodatkowe modalności, odpowiednio do reprezentowania:

- $\{[\mathrm{B}]_G : G \in \mathrm{P}(\mathcal{A}) \setminus \varnothing\}$: generalnych przekonań agentów,
- $\{[\mathrm{B}]_G^+ : G \in \mathrm{P}(\mathcal{A}) \setminus \varnothing\}$: wspólnych przekonań agentów,
- $\{[\mathrm{I}]_G : G \in \mathrm{P}(\mathcal{A}) \setminus \varnothing\}$: generalnych intencji agentów,
- $\{[\mathrm{I}]_G^+ : G \in \mathrm{P}(\mathcal{A}) \setminus \varnothing\}$: wzajemnych intencji agentów.

Istnienie *generalnego przekonania* względem φ w grupie G, wyrażanego formułą $[\mathrm{B}]_G\varphi$, oznacza, że każdy w tej grupie ma przekonanie, że zachodzi φ. W związku z tym TeamLog wprowadza aksjomat

EBEL $[\mathrm{B}]_G\varphi \leftrightarrow \bigwedge_{j\in G}[\mathrm{B}]_G\varphi$,

Istnienie *wspólnego przekonania* względem φ w grupie G, wyrażanego formułą $[\mathrm{B}]_G^+\varphi$, oznacza, że każdy agent w grupie G ma przekonanie, że φ zachodzi, każdy agent w grupie G ma przekonanie, że każdy agent w G ma przekonanie, że φ zachodzi, itd. aż do nieskończoności, co wyraża następujący stałopunktowy aksjomat

CBEL $[\mathrm{B}]_G^+\varphi \leftrightarrow [\mathrm{B}]_G(\varphi \wedge [\mathrm{B}]_G^+\varphi)$

oraz wymagana w tym przypadku reguła wnioskowania

IND z $\varphi \to [\mathrm{B}]_G(\psi \wedge \varphi)$ wnioskuj $\varphi \to [\mathrm{B}]_G^+\psi$.

Generalne i *wzajemne intencje* w grupie G definiowane są analogicznie z zastosowaniem operatorów $[\mathrm{I}]_j$. Wyrażają je, odpowiednio, formuły $[\mathrm{I}]_G\varphi$ oraz $[\mathrm{I}]_G^+\varphi$.

Wprowadzanie podobnych operatorów jest ogólnie stosowaną metodą przenoszenia modalności reprezentujących aspekty pojedynczych agentów na poziom grupowy. Została ona zastosowana również w innych logikach rozszerzających model BDI do wieloagentowości, np. $\mathcal{LORA}$ [35] (wychodzącej z logiki Rao i Georgeff'a) oraz KARO [1].

4 Stan wiedzy

Zanim przejdę do omówienia wyników uzyskanych w rozprawie, przedstawię stan wiedzy na temat złożoności logicznych formalizmów wielomodalnych związanych z systemami wieloagentowymi. Podstawowe wyniki dotyczące złożoności problemu spełnialności zdaniowych logik modalnych generowanych przez aksjomaty ze zbioru **K**, **T**, **D**, **4** oraz **5** zostały uzyskane przez Ladner'a [19]. Używając metody tableau pokazano, że jeżeli system aksjomatów nie zawiera na raz obu aksjomatów **4** i **5**, to problem spełnialności dla generowanej prze niego logiki modalnej jest PSPACE zupełny. W przypadku systemów aksjomatów zawierających oba aksjomaty **4** i **5** problem spełnialności jest NPTIME zupełny. Halpern i Rêgo [14] uzupełnili te wyniki, pokazując, że to obecność aksjomatu **5** decyduje o tym, czy problem spełnialności jest NPTIME zupełny czy PSPACE zupełny. Wielomodalne wersje powyższych logik studiowane były przez Halpern'a and Moses'a w [12]. Pokazano tam, że problem spełnialności dla tych systemów jest PSPACE zupełny, jeżeli tylko logika zawiera co najmniej dwa operatory modalne. W pracy [12] badane są również rozszerzenia wymienionych logik o stałopunktowe operatory grupowe. Opierając się na wynikach Fisher'a i Ladner'a [11] oraz Pratt'a [27] dla zdaniowej logiki dynamicznej, autorzy pokazują, że dodanie tych modalności prowadzi do EXPTIME zupełnego problemu spełnialności. Dowodzą ponadto, że przypadku systemów aksjomatów nie zawierających jednocześnie aksjomatów **4** i **5** wynik ten jest prawdziwy nawet gdy głębokość modalna formuł ograniczona jest przez 2.

Wyników dotyczących złożoności problemu spełnialności dla formalizmów wieloagentowych jest stosunkowo mało. W pracy [36] Wooldridge i Fisher zaproponowali algorytm oparty na metodzie tableau dla kombinacji logiki KD45 przekonań i liniowej logiki temporalnej. W oparciu o tą pracę Rao [28] zaproponował algorytm dla formalizacji agenta BDI zaproponowanej przez Rao i Georeff'a [29] połączonego z liniową logiką temporalną. W pracy [30] Rao i Georgeff podali algorytm dla swojego formalizmu połączonego z logiką temporalną czasu rozgałęzionego (CTL). Praca ta zawiera również analizę wpływu aksjomatów dla trzech różnych typów realizmu na złożoność problemu spełnialności. Z kolei używając translacji tego formalizmu na μ-rachunek, Schild pokazał w [31], że formalizm Rao i Georgeff'a w połączeniu z logiką CTL ma EXPTIME zupełny problem spełnialności.

Inny modalny formalizm dla systemów wieloagentowych o nazwie KARO [33, 34, 24, 32] był badany w [15]. Autorzy zaproponowali tam algorytmy rozstrzygające spełnialność fragmentu KARO, który jest połączeniem wielomodalnego systemu $S5_n$ i deterministycznej zdaniowej logiki dynamicznej bez iteracji. Problem spełnialności jest w tym przypadku PSPACE zupełny.

Z powodu wagi automatycznego wnioskowania opartego na formalizmach modalnych, szukano różnych ograniczeń języka, które pozwoliłyby 'zmniejszyć' złożoność problemu spełnialności. W pracy [13] Halpern badał wpływ ograniczania głębokości modalnej formuł przez stałą oraz ograniczania liczby zmiennych zdaniowych przez stałą na złożoność problemu spełnialności logik wielomodalnych generowanych przez aksjomaty ze zbioru **K**, **T**, **D**, **4** and **5**. Pokazał on, że pierwsze ograniczenie prowadzi do NPTIME zupełności w przypadku systemów nie zawierających aksjomatu **4** bądź zawierających go wraz z aksjomatem **5**. Jeżeli aksjomatowi **4** nie towarzyszy aksjomat **5**, to problem spełnialności jest PSPACE zupełny nawet gdy głębokość modalna formuł jest ograniczona przez 2. Pokazał on również, że ograniczanie liczby zmiennych zdaniowych nie zmienia wyników dotyczących złożoności problemu spełnialności. Okazało się natomiast, że połączenie tego ograniczenia z ograniczeniem głębokości modalnej przez stałą pozwala na rozwiązanie tego problemu w czasie liniowym (aczkolwiek ze stałym współczynnikiem zależnym wykładniczo od liczby zmiennych zdaniowych).

Innym badanym ograniczeniem jest hornowski fragment logiki modalnej. Główne wyniki w tym zakresie zostały uzyskane przez Nguyena [25], który badał logiki generowane przez aksjomaty ze zbioru **K**, **T**, **D**, **4** and **5**. Pokazał on, że w przypadku logik z jedną modalnością, gdy system aksjomatów zawiera aksjomat **D** oraz albo nie zawiera aksjomatu **4**, bądź też zawiera go wraz aksjomatem **5**, problem spełnialności hornowskiego fragmentu jest PTIME zupełny, o ile głębokość modalna formuł zostanie ograniczona przez stałą. W przypadku logik z co najmniej dwoma operatorami modalnymi problem spełnialności jest w powyższym przypadku NPTIME zupełny. Usunięcie ograniczenia głębokości modalnej przez stałą prowadzi do PSPACE zupełności.

W literaturze przedmiotu rozważano jeszcze ograniczenie zbioru operatorów zdaniowych użytych w formułach. Podejście to zostało przyjęte w [2]. Pokazano tam, że w przypadki modalnego systemu K mamy do czynienia z trychotomią. W zależności od użytych operatorów zdaniowych problem spełnialności jest albo PSPACE zupełny, albo coNPTIME zupełny albo jest w PTIME. W przypadku systemu KD mamy do czynienia z dychotomią. Problem spełnialności jest albo PSPACE zupełny albo jest w PTIME. Udało się również uzyskać prawie pełną charakteryzację systemów T, S4 i S5.

5 Złożoność formalizmów TeamLog$^{\text{ind}}$ i TeamLog

Wyniki uzyskane w pracy można podzielić na dwie części. W pierwszej części rozprawy badana jest złożoność problemu spełnialności pełnych formalizmów TeamLog$^{\text{ind}}$ i TeamLog. Wyniki uzyskane w tej części zostały zaprezentowane na konferencji IAT'05 (Intelligent Agent Techonology) [7] i opublikowane w [8].

W przypadku TeamLog$^{\text{ind}}$ zaproponowano algorytm oparty na metodzie tableau i inspirowany pracą [12]. Problem spełnialności jest w tym przypadku PSPACE zupełny.

Twierdzenie 1. *Problem spełnialności dla* TeamLog^{ind} *jest PSPACE zupełny.*

W przypadku TeamLog problem spełnialności okazał się EXPTIME zupełny. Algorytm rozstrzygający spełnialność jest inspirowany algorytmem Pratt'a dla zdaniowej logiki dynamicznej. Pokazano również, że problem jest EXPTIME trudny, nawet w przypadku gdy głębokość modalna formuł ograniczona jest przez 2.

Twierdzenie 2. *Problem spełnialności dla* TeamLog *jest EXPTIME zupełny. Ponadto jest on EXPTIME trudny nawet gdy głębokość modalna formuł ograniczona jest przez* 2*.*

Uzyskane wyniki pokazują, że zadania związane z wnioskowaniem w logikach TeamLog bądź TeamLog$^{\text{ind}}$ są w ogólnym przypadku praktycznie niewykonalne. Z tego powodu kluczowe staje się rozpoznanie tych fragmentów ich języka, które prowadziłyby do redukcji złożoności bądź też do klas złożoności dla których istnieją efektywne, oparte na heurystykach, metody. Tego typu ograniczenia badane są w drugiej części pracy. Oprócz zbadania 'klasycznych' ograniczeń głębokości modalnej formuł przez stałą i liczby zmiennych zdaniowych przez stałą, proponujemy nową autorską klasę ograniczeń przydatną w przypadku logik ze stałopunktowymi modalnościami grupowymi, takimi jak wspólne przekonania czy wzajemne intencje. Jest ona omówiona w rozdziale 5.2, poniżej.

5.1 Ograniczenie głębokości modalnej oraz liczby zmiennych zdaniowych

Zaczynamy od złożoność problemu spełnialności TeamLog$^{\text{ind}}$ gdy głębokość modalna formuł ograniczona jest przez stałą. W tym przypadku problem spełnialności jest NPTIME zupełny.

Twierdzenie 3. *Problem spełnialności dla* TeamLog^{ind} *z głębokością modalną formuł ograniczoną przez stałą jest NPTIME zupełny.*

W przypadku ograniczenia liczby zmiennych zdaniowych przez stałą problem spełnialności dla TeamLog$^{\text{ind}}$ pozostaje PSPACE zupełny. Podobnie, ograniczanie liczby zmiennych zdaniowych przez stałą w przypadku TeamLog pozostawia problem spełnialności EXPTIME zupełnym. W obu przypadkach połączenie tego ograniczenia z ograniczeniem głębokości modalnej przez stałą pozwala na rozwiązanie problemu spełnialności w czasie liniowym, ze stałym współczynnikiem zależnym wykładniczo od liczby zmiennych zdaniowych.

Twierdzenie 4. *Problem spełnialności dla* TeamLog^{ind} *oraz dla* TeamLog *z głębokością modalną formuł ograniczoną przez stałą i liczbą zmiennych zdaniowych ograniczoną przez stałą jest rozwiązywalny w czasie liniowym. W obu przypadkach stały współczynnik zależy wykładniczo od liczby zmiennych zdaniowych.*

Wyniki wymienione powyżej zaprezentowane zostały na konferencji AAMAS'07 (Autonomous Agents and Multiagent Systems) [9] oraz opublikowane w [8].

W związku z tym, że problem spełnialności dla logiki TeamLog jest EXPTIME zupełny nawet gdy głębokość formuł jest ograniczona przez 2, w rozprawie zaproponowano nowy rodzaj ograniczania języka dla logik modalnych, który można postrzegać jako uogólnienie ograniczenia głębokości modalnej. Ograniczenie to i uzyskane wyniki omówione są poniżej. Wstępne wyniki uzyskane w tym zakresie zostały zaprezentowane na konferencji FAMAS'07 (Formal Aspects of Multi Agent Systems) [6].

5.2 Ograniczenie kontekstu modalnego

W ogólnym przypadku języki logik modalnych zdefiniowane są w oparciu o przeliczalny zbiór operatorów modalnych Ω, które mogą mieć różną arność. Rozważmy sytuację w której wszystkie te operatory są unarne. Najpierw zdefiniujemy pojęcie modalnego kontekstu formuły w innej formule.

Definicja 1 (Kontekst modalny formuły w innej formule)**.** *Niech φ i ξ będą formułami języka logiki modalnej opartej na zbiorze unarnych operatorów Ω.* Kontekstem modalnym ξ w φ *nazywamy zbiór słów skończonych nad alfabetem Ω,* $\mathrm{cont}(\xi, \varphi) \subseteq \Omega^*$*, zdefiniowany indukcyjnie poniżej:*

- $\mathrm{cont}(\xi, \varphi) = \varnothing$*, jeżeli* $\xi \notin \mathrm{Sub}(\varphi)$*,*
- $\mathrm{cont}(\varphi, \varphi) = \{\varepsilon\}$*,*
- $\mathrm{cont}(\xi, \neg\psi) = \mathrm{cont}(\xi, \psi)$*, jeżeli* $\xi \neq \neg\psi$*,*
- $\mathrm{cont}(\xi, \psi_1 \wedge \psi_2) = \mathrm{cont}(\xi, \psi_1) \cup \mathrm{cont}(\xi, \psi_2)$*, jeżeli* $\xi \neq \psi_1 \wedge \psi_2$*,*
- $\mathrm{cont}(\xi, \Box\psi) = \Box \cdot \mathrm{cont}(\xi, \psi_j)$*, jeżeli* $\xi \neq \Box\psi$ *i* $\Box \in \Omega$*,*

gdzie $\Box \cdot S = \{\Box \cdot s : s \in S\}$*, dla* $\Box \in \Omega$ *i* $S \subseteq \Omega^*$*.*

Intuicyjnie kontekst modalny formuły ξ w formule φ zawiera zbiór sekwencji operatorów modalnych poprzedzających różne jej wystąpienia w φ. Ograniczenie kontekstu modalnego jest podzbiorem Ω określającym dopuszczalne konteksty formuł w formułach.

Definicja 2 (Ograniczenie kontekstu modalnego)**.** Ograniczeniem kontekstu modalnego *nazywamy zbiór słów skończonych nad alfabetem Ω, $R \subseteq \Omega^*$, ograniczający możliwe konteksty modalne formuł w innych formułach. Mówimy, że formuła φ języka modalnego opartego na zbiorze operatorów unarnych* Ω spełnia ograniczenie kontekstu modalnego $R \subseteq \Omega^*$ *wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej podformuły ξ formuły φ zachodzi* $\mathrm{cont}(\xi, \varphi) \subseteq R$*.*

W rozprawie zaproponowane zostały dwa ograniczenia kontekstu modalnego dla logiki TeamLog.

Definicja 3 (Ograniczenie $\mathbf{R}_1$)**.** *Niech*

$$\mathbf{R_1} = \Omega^* \setminus \left(\Omega^* \cdot \left[\bigcup_{G \in \mathrm{P}(\mathcal{A}) \setminus \{\varnothing\}} (S_{\mathrm{I}}(G) \cup S_{\mathrm{IB}}(G)) \cup \bigcup_{G \in \mathrm{P}(\mathcal{A}), |G| \geqslant 2} S_{\mathrm{B}}(G)\right] \cdot \Omega^*\right),$$

gdzie

$$S_{\mathrm{IB}}(G) = \bigcup_{j\in G} [\mathrm{I}]_G^+ \cdot ([\mathrm{B}]_j)^* \cdot T_{\mathrm{B}}(\{j\}) \cdot T_{\mathrm{I}}(\{j\}), \ \ \textit{and}$$
$$S_O(G) = [O]_G^+ \cdot T_O(G),$$
$$T_O(G) = \{[O]_j : j \in G\} \cup \{[O]_H^+ : H \in \mathrm{P}(\mathcal{A}), H \cap G \neq \varnothing\},$$

oraz $O \in \{\mathrm{B}, \mathrm{I}\}$.

Ograniczenie $\mathbf{R}_1$ zakazuje operatorów $[O]_j$ or $[O]_H^+$, gdzie $O \in \{\mathrm{B}, \mathrm{I}\}$ w kontekście operatorów $[O]_G^+$, jeżeli $j \in G$ lub $H \cap G \neq \varnothing$. Dodatkowo ograniczenie to zakazuje podsekwencji zawartych w S_{IB}, co związane jest z aksjomatami **BI4** i **BI5**.

Definicja 4 (Ograniczenie $\mathbf{R}_2$)**.** *Niech*

$$\mathbf{R_2} = \Omega^* \setminus \left(\Omega^* \cdot \left[\bigcup_{G\in\mathrm{P}(\mathcal{A})\setminus\{\varnothing\}} (S_{\mathrm{I}}(G) \cup S_{\mathrm{IB}}(G)) \cup \bigcup_{G\in\mathrm{P}(\mathcal{A}),|G|\geqslant 2} \tilde{S}_{\mathrm{B}}(G)\right] \cdot \Omega^*\right),$$

gdzie

$$\tilde{S}_{\mathrm{B}}(G) = [\mathrm{B}]_G^+ \cdot \left(\{[\mathrm{G}]_j : j \in G\} \cup \bigcup_{O\in\{\mathrm{B},\mathrm{I}\}} T_O(G)\right)$$

oraz S_{IB}*,* S_{I} *i* T_O*, dla* $O \in \{\mathrm{B}, \mathrm{I}\}$*, są zdefiniowane tak jak dla* $\boldsymbol{R}_1$*.*

Ograniczenie $\mathbf{R}_2$ jest mocniejsze od ograniczenia $\mathbf{R}_1$ i zakazuje, dodatkowo, jakiegokolwiek operatora $[O]_j$ or $[O]_H^+$, z $O \in \{\mathrm{B}, \mathrm{G}, \mathrm{I}\}$, w kontekście operatora $[\mathrm{B}]_G^+$, jeżeli tylko $j \in G$ lub $H \cap G \neq \varnothing$.

Oba ograniczenia można interpretować w kontekście systemów wieloagentowych w następujący sposób. Ograniczenie $\mathbf{R}_1$ nie pozwala na wyrażanie tego, że jakaś grupa agentów ma wspólne przekonania względem przekonań agentów należących do tej grupy. Nie pozwala ono również wyrazić tego, że w grupie istnieją wzajemne intencje odnośnie intencji agentów znajdujących się w grupie. Ograniczenie $\mathbf{R}_2$ nie pozwala dodatkowo na wyrażenie tego, że w jakaś grupa agentów ma wspólne przekonania względem intencji bądź celów innych agentów z tej grupy.

Rozszerzając, oparty na metodzie tableau, algorytm dla logiki TeamLog$^{\mathrm{ind}}$, proponujemy w rozprawie algorytm rozstrzygający spełnialność dla TeamLog z ograniczeniem $\mathbf{R}_2$. Algorytm ten działa używając pamięci wielomianowej względem rozmiaru formuły wejściowej. Pokazujemy tym samym, że problem spełnialności dla TeamLog z ograniczeniem $\mathbf{R}_2$ jest PSPACE zupełny.

Twierdzenie 5. *Problem spełnialności dla* TeamLog *z ograniczeniem* $\boldsymbol{R}_2$ *jest PSPACE zupełny.*

Połączenie ograniczenia $\mathbf{R}_2$ z ograniczeniem głębokości modalnej prowadzi do NPTIME zupełności problemu spełnialności.

Twierdzenie 6. *Problem spełnialności dla* TeamLog *z ograniczeniem* $\boldsymbol{R}_2$ *i z głębokością modalną formuł ograniczoną przez stałą jest NPTIME zupełny.*

W przypadku ograniczenia $\mathbf{R}_1$ problem spełnialność okazuje się być PSPACE trudny nawet, gdy głębokość modalna formuł ograniczona jest przez 2. Ponadto możliwe jest skonstruowanie formuły o głębokości modalnej 2 wymuszającej ścieżkę o wykładniczej długości w modelu. Mimo to problem spełnialności rozwiązywalny jest w pamięci wielomianowej, poprzez połączenie metody tableau i metody badania osiągalności w grafie zaczerpniętej z algorytmu Savitch'a (zob. [26]).

Twierdzenie 7. *Problem spełnialności dla* TeamLog *z ograniczeniem* $\boldsymbol{R}_1$ *jest PSPACE zupełny. Ponadto jest on PSPACE trudny nawet gdy głębokość modalna formuł ograniczona jest przez* 2.

Ograniczenie $\mathbf{R}_2$ pozwala na wyrażanie grupowych przekonań i intencji odnośnie tych aspektów świata, które są zewnętrzne względem grupy agentów. Istnieją jednak sytuacje, w których okazuje się ono zbyt mocne, nie pozwalając na wyrażanie ważnych własności systemów wieloagentowych. Na przykład definicja *kolektywnych intencji* obejmuje wspólne przekonania względem wzajemnych intencji w grupie, czego nie można wyrazić przy ograniczeniu $\mathbf{R}_2$. W związku z tym w pracy zaproponowano wzmocnienie ograniczenia $\mathbf{R}_1$, które w połączeniu z ograniczeniem głębokości modalnej formuł przez stałą prowadzi do NPTIME zupełnego problemu spełnialności.

6 Podsumowanie

W pracy dokonano analizy złożoności obliczeniowej problemu spełnialności dla logik TeamLog$^{\mathrm{ind}}$ oraz TeamLog. Ponadto zbadano złożoność tego problemu przy głębokości modalnej lub liczbie zmiennych zdaniowych ograniczonych przez stałą. Zaproponowano także autorskie ograniczenie języka – ograniczenie kontekstu modalnego – które stosuje się do stałopunktowych modalności grupowych. Warto podkreślić, że idea tego ograniczania ma charakter generyczny i może zostać zastosowana w innych logikach posiadających stałopunktowe modalności grupowe. Dotyczy to na przykład logik $\mathcal{LORA}$ oraz KARO. Wyniki uzyskane w prezentowanej rozprawie sugerują, że ograniczenia takie musiałyby brać pod uwagę aksjomaty łączące modalności różnego typu, jak na przykład aksjomaty związane z realizmem przyjęte w logice $\mathcal{LORA}$.

Ograniczenia języków modalnych badane w opisywanej rozprawie prowadzą w najlepszym przypadku do NPTIME zupełnych fragmentów rozważanych formalizmów (nawet w przypadku pełnej logiki TeamLog, dla której problem spełnialności jest EXPTIME zupełny). Wynikają stąd dwa potencjalne pytania badawcze związane z problemem spełnialności dla tych fragmentów.

1. Można zastosować redukcję problemu spełnialności do innych problemów NPTIME zupełnych dla których istnieją dobrze działające algorytmy oparte na heurystykach. Podejście to zastosowano np. w [17, 18], gdzie badana jest weryfikacja modelowa logiki temporalnej. Zastosowano tam redukcję do problemu spełnialności dla rachunku zdań (SAT) i zastosowano istniejące programy rozwiązujące ten problem.

2. Można szukać dalszych ograniczeń języka, które prowadziłyby do problemu spełnialności rozwiązywalnego w deterministycznym czasie wielomianowym. Można na przykład zbadać hornowski fragment logiki TeamLog i sprawdzić jakie ograniczenia kontekstu modalnego (być może połączone z ograniczeniem głębokości modalnej przez stałą) prowadzą do problemu spełnialności będącego w PTIME.

Ciekawym problemem jest również minimalność zaproponowanych ograniczeń kontekstu modalnego. To znaczy, czy mogą one zostać osłabione wciąż gwarantując tą samą złożoność problemu spełnialności.

Literatura

[1] H. Aldewereld, W. van der Hoek, and J.-J. C. Meyer. Rational teams: Logical aspects of multi-agent systems. *Fundamenta Informaticae*, 63:159–183, 2004.

[2] M. Bauland, E. Hemaspaandra, H. Schnoor, and I. Schnoor. Generalized modal satisfiability. In B. Durand and W. Thomas, editors, *Proceedings of 23rd Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS'06)*, volume 3884 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 500–511, Marseille, France, 2006. Springer.

[3] M. Bratman. *Intentions, Plans and Practical Reason.* Harvard University Press, Cambridge, MA, USA, 1987.

[4] P. R. Cohen and H. J. Levesque. Intention is choice with commitment. *Artificial Intelligence*, 42(2–3):213–261, 1990.

[5] B. Dunin-Kęplicz and R. Verbrugge. *Teamwork in Multiagent Systems: A Formal Approach.* Wiley and sons, 2010.

[6] M. Dziubiński. Complexity of the logic for multiagent systems with restricted modal context. In B. Dunin-Kęplicz and R. Verbrugge, editors, *Proceedings of the Third Workshop on Formal Approaches to Multi-agent Systems (FAMAS'007)*, pages 1–18, Durham, 2007. Durham University.

[7] M. Dziubiński, R. Verbrugge, and B. Dunin-Kęplicz. Complexity of a theory of collective attitudes in teamwork. In *Proceedings Of International Conference On Intelligent Agent Technology (IAT 2005)*, pages 579–586, Los Alamitos (CA), 2005. IEEE Computer Society.

[8] M. Dziubiński, R. Verbrugge, and B. Dunin-Kęplicz. Complexity issues in multiagent logics. *Fundamenta Informaticae*, 75(1–4):239–262, 2007.

[9] M. Dziubiński, R. Verbrugge, and B. Dunin-Kęplicz. Reducing the complexity of logics for multiagent systems. In *AAMAS '07: Proceedings of the 6th international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems*, pages 1089–1091, New York, NY, USA, 2007. ACM.

[10] R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses, and M. Y. Vardi. *Reasoning About Knowledge*, volume 1 of *MIT Press Books.* The MIT Press, December 2003.

[11] M. J. Fisher and R. E. Ladner. Propositional dynamic logic of regular programs. *Journal of Computer and System Sciences*, 18(2):194–211, 1979.

[12] J. Halpern and Y. Moses. A guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and belief. *Artificial Intelligence*, 54(3):319–379, 1992.

[13] J. Y. Halpern. The effect of bounding the number of primitive propositions and the depth of nesting on the complexity of modal logic. *Artificial Intelligence*, 75(3):361–372, 1995.

[14] J. Y. Halpern and L. C. Rêgo. Characterizing the NP-PSPACE gap in the satisfiability problem for modal logic. *Journal of Logic and Computation*, 17(4):795–806, 2007.

[15] U. Hustadt, C. Dixon, R. A. Schmidt, M. Fisher, J.-J. C. Meyer, and W. van der Hoek. Verification within the KARO agent theory. In *FAABS'00: Proceedings of the First International Workshop on Formal Approaches to Agent-Based Systems-Revised Papers*, pages 33–47, London, UK, 2001. Springer-Verlag.

[16] N. R. Jennings, K. Sycara, and M. Wooldridge. A roadmap for agent research and development. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 1:7–38, 1998.

[17] M. Kacprzak, A. Lomuscio, and W. Penczek. From bounded to unbounded model checking for interpreted systems. *Fundamenta Informaticae*, 63(2,3):107–308, 2004.

[18] M. Kacprzak, A. Lomuscio, and W. Penczek. Verification of multiagent systems via unbounded model checking. In *Proceedings of the Third International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'04)*, pages 638–645, Washington, DC, USA, 2004. IEEE Computer Society.

[19] R. E. Ladner. The computational complexity of provability in systems of modal propositional logics. *SIAM Journal of Computing*, 6(3):467–480, 1977.

[20] H. J. Levesque, P. R. Cohen, and J. H. T. Nunes. On acting together. In *Proceedings of the Eighth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'90)*, pages 94–99, 1990.

[21] M. Luck, P. McBurney, and C. Preist. *Agent Technology: Enabling Next Generation Computing (A Roadmap for Agent Based Computing)*. AgentLink, 2003.

[22] M. Luck, P. McBurney, O. Shehory, and S. Willmott. *Agent Technology: Computing as Interaction (A Roadmap for Agent Based Computing)*. AgentLink, 2005.

[23] J.-J. C. Meyer and W. van der Hoek. *Epistemic Logic for AI and Computer Science*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1995.

[24] J.-J. C. Meyer, W. van der Hoek, and B. van Linder. A logical approach to the dynamics of commitments. *Artificial Intelligence*, 113:1–40, 1999.

[25] L. A. Nguyen. On the complexity of fragments of modal logics. In *Advances in Modal Logic – Volume 5*, pages 249–268, 2005.

[26] C. H. Papadimitriu. *Computational Complexity*. Addison Wesley Longman, 1994.

[27] V. R. Pratt. Models of program logics. In *Proceedings 20th IEEE Conference on Foundations of Computer Science*, pages 115–122. IEEE, October 1979.

[28] A. S. Rao. Decision procedures for propositional linear-time belief-desire-intention logics. In M. Wooldridge, J. P. Müller, and M. Tambe, editors, *Intelligent Agents II*, volume 1037, pages 33–48. Berlin., 1996.

[29] A. S. Rao and M. P. Georgeff. Modeling rational agents within a BDI architecture. In J. F. Allen, R. Fikes, and E. Sandewall, editors, *2nd International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'91)*, pages 473–484, San Mateo, CA, 1991. Morgan Kaufmann Publishers.

[30] A. S. Rao and M. P. Georgeff. Decision procedures for BDI logics. *Journal of Logic and Computation*, 8(3):293–343, 1998.

[31] K. Schild. On the relationship between bdi logics and standard logics of concurrency. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 3(3):259–283, 2000.

[32] W. van der Hoek, B. van Linder, and J.-J. C. Meyer. An integrated modal approach to rational agents. In M. Woolridge and A. Rao, editors, *Foundations of Rational Agency*, pages 37–75. Kluwer, 1999.

[33] B. van Linder, W. van der Hoek, and J.-J. C. Meyer. Communicating rational agents. In Nebel and Dreschler-Fischer, editors, *Proceedings of KI-94: Advances in Artificial Intelligence*, volume 861 of LNAI, pages 202–213. Springer, 1994.

[34] B. van Linder, W. van der Hoek, and J.-J. C. Meyer. Formalising abilities and opportunities of agents. *Fundameta Informaticae*, 34:53–101, 1998.

[35] M. Wooldridge. *Reasoning about rational agents.* The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 2000.

[36] M. Wooldridge and M. Fisher. A decision procedure for a temporal belief logic. In *ICTL'94: Proceedings of the First International Conference on Temporal Logic*, pages 317–331, London, UK, 1994. Springer-Verlag.