Autoreferat rozprawy doktorskiej

Procesy nieskończone systemów współbieżnych

Łukasz Mikulski
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Wprowadzenie Systemy reakcyjne, takie jak systemy operacyjne czy programy kontrolujące linie produkcyjne, można modelować jako ciągi następujących po sobie akcji. Jako że systemy takie powinny teoretycznie działać bez przestojów, modele przyjmują, że ciągi te są nieskończone. Z powodów czysto praktycznych, takich jak kończące się możliwości zwiększania efektywności procesorów działających sekwencyjnie, jak i złożoności rozważanych systemów innego typu, często stosuje się modele współbieżne. Kolejność wykonania niektórych akcji nie jest w nich ważna.

Sieci Petriego [21] oraz ślady Mazurkiewicza [18] to dwa popularne modele współbieżności. O ile sieci Petriego dają intuicyjny model systemów współbieżnych, to ślady koncentrują się bardziej na opisie procesów takich systemów. Samą nieskończoność procesów można rozumieć w kontekście tych modeli wielorako. Mogą to być pewne własności uniwersalne sieci Petriego, rozszerzenie modelu przez wprowadzenie nieskończonej liczby żetonów do sieci, czy w końcu rozważanie nieskończonych obliczeń, jakie mogą odbywać się w sieciach Petriego i opisywanie ich przy pomocy śladów Mazurkiewicza jako procesów nieskończonych.

Rozprawa składa się z trzech rozdziałów, opatrzonych wprowadzeniem i podsumowaniem. W rozdziale pierwszym przedstawione zostały podstawowe pojęcia i fakty wykorzystywane w pracy. Przy istotnych elementach przeprowadzona została dokładniejsza dyskusja (ze szczególnym uwzględnieniem problemów decyzyjnych związanych z markingami sieci Petriego, grafów pokrywalności sieci Petriego oraz modeli nieskończonych śladów Mazurkiewicza). Zasadniczą część rozprawy stanowią rozdziały drugi i trzeci. W rozdziale drugim ślady nieskończone zanurzone zostały w ogólniejszej klasie zbiorów rzutowych. Przedyskutowane zostały płynące z tego korzyści. Rozdział trzeci krąży wokół pojęcia konfliktu w sieciach Petriego oraz związanych z nim własności sieci i procesów - bezkonfliktowości i trwałości.

Zbiory rzutowe Za punkt wyjścia dla rozdziału drugiego przyjąłem wektory Parikha, opisujące w algebraiczny sposób ślady obliczeń w alfabetach całkowicie przemiennych. Następnie, w naturalny sposób, rozszerzam je do reprezentacji rzutowych śladów, zaś te - do zbiorów rzutowych. Takie podejście do śladów nieskończonych, w przeciwieństwie do podejścia przeplotowego, pozwoliło mi na redukcję jednego z nieskończonych wymiarów. Zamiast nieskończonych zbiorów utożsamionych ze sobą nieskończonych obliczeń, ślady stają się skończonymi zbiorami nieskończonych rzutów.

Poza unifikacją wielu definicji i zapisaniem ich w wersjach rzutowych, podejście rzutowe pozwoliło mi wykorzystać pewne ogólne fakty z teorii dziedzin. W rozprawie skorzystałem z własniści iloczynów kartezjańskich posetów kierunkowo-zupełnych oraz ideałów.

W klasie zbiorów rzutowych wyodrębniłem, przy pomocy indukcyjnej konstrukcji (jako najmniejsza podklasa spełniająca trzy warunki), podklasę zbiorów wewnętrznie bezkonfliktowych (zwanych też, za Gastinem, rekonstruowalnymi), będących reprezentacjami rzutowymi śladów. Kilka technicznych lematów doprowadziło mnie w końcu do sprecyzowania procedury rekonstrukcji śladu z dowolnego zbioru rzutowego. Zdefiniowałem też zbiór wszystkich rekonstruowalnych prefiksów dowolnego zbioru rzutowego i opisałem w tym języku pokazaną wcześniej operację rekonstrukcji. Dla dowolnego zbioru rzutowego operacja rekonstrukcji R_D daje w wyniku ślad, którego reprezentacja rzutowa jest supremum zbioru wszystkich jego wewnętrznie bezkonfliktowych prefiksów.

Zaproponowana rekonstrukcja pozwoliła mi znacznie uprościć jedno z klasycznych podejść do konkatenacji śladów nieskończonych. Definiując konkatenację w szerszej dziedzinie zbiorów rzutowych i stosując operację rekonstrukcji, uzyskałem operację równoważną tej zdefiniowanej przez Kwiatkowską [15], bardziej formalnie:

$$sup\{\alpha_1\beta_1 \mid \alpha_1 \sqsubseteq^{\equiv}_{fin} \alpha \wedge \beta_1 \sqsubseteq^{\equiv}_{fin} \beta \wedge \beta_1 \text{ jest ogonowo niezależna z } \alpha \text{ po } \alpha_1\} \\ = R_D(\Pi_D(\alpha)\Pi_D(\beta)).$$

Procesy bezkonfliktowe W rozdziale trzecim koncentruję się na pojęciu konfliktu. Rozpoczynam od dyskusji na temat różnych kontekstów w jakich to pojęcie pojawia się w literaturze, co prowadzi do rozróżnienia dwóch typów konfliktów - statycznych, będących topologiczną własnością grafów sieci Petriego, oraz dynamicznych, które w istotny sposób odwołują się obliczeń wykonalnych w danej sieci i zależą od wprowadzonego w niej markingu początkowego. W dalszej części pokazuję, że każdy konflikt dynamiczny związany jest z pewnym konfliktem statycznym. Nie jest natomiast prawdziwa własność odwrotna - pokazałem wręcz przykład, w którym realizacja w postaci dynamicznej konfliktu statycznego, zależy od przyjętego markingu poczatkowego.

Następnie przypomniałem pojęcia trwałości, bezkonfliktowości i konfuzji. Badania nad własnościami trwałych obliczeń dowolnych sieci doprowadziły mnie do zdefiniowania nowego typu sieci Petriego - sieci pokojowych. W nowej klasie sieci przedyskutowałem problemy decyzyjne związane z markingami - udowodniłem ich decyzyjną równoważność. Uzupełniłem wówczas dyskusję, wykazując nierozstrzygalność problemu Pustości Stanu w sieciach pokojowych.

Stosując podobną technikę wskazałem też równoważność, w sensie obliczeniowym, sieci pokojowych z sieciami inhibitorowymi, co dzięki wynikom Agerwali i Minskiego, pozwoliło mi wysnuć wniosek o uniwersalności modelu obliczeń dostarczonego przez sieci pokojowe.

Opisałem też, słabszą w sensie mocy obliczeniowej, podklasę sieci pokojowych - pokojowe sieci wolnego wyboru. Osłabienie to uzyskałem przez wskazanie konstrukcji pozwalającej symulować działanie pokojowych sieci wolnego wyboru przez p/t-sieci (nie jest to możliwe w przypadku dowolnych sieci pokojowych).

W dalszej części rozdziału trzeciego, przez iterację rozumowania prowadzącego do pojęcia sieci pokojowych, zdefiniowałem nieskończoną hierarchię sieci pokojowych, a przez rozumowanie graniczne - sieci super-pokojowe:

Definicja Niech $S = (P, T, W, M_0)$ będzie dowolną p/t-siecią. W sieci tej zwykłą wykonalność nazwiemy *0-wykonalnością*, zaś wykonalność trwałą (wykorzystaną w sieciach pokojowych) - *1-wykonalnością*. Bardziej ogólnie, weźmy dowolny marking M, akcję a oraz $k > 0$. Zbiór wszystkich obliczeń k-wykonalnych w markingu M oznaczać będziemy $EX_k(M)$, zaś zbiór wszystkich markingów osiągalnych w sieci k-pokojowej przez $[M_0 >_k$. Mówimy, że akcja a jest *k+1-wykonalna* w markingu M, o ile jest k-wykonalna w tym markingu, a ponadto jej wykonanie nie uniemożliwi wykonania innej, k-wykonalnej akcji. Bardziej formalnie:

$$a \in EX_{k+1}(M) \Leftrightarrow a \in EX_k(M) \wedge EX_k(M) \setminus \{a\} \subseteq EX_k(Ma).$$

k-pokojową siecią Petriego nazywamy czwórkę $S = (P, T, W, M_0)$. Znaczenie kolejnych elementów tej sieci jest identyczne jak w p/t-sieciach, zmianie ulegają natomiast definicje umożliwienia i wykonalności. Sieci k-pokojowe i p/t-sieci o identycznej strukturze i markingu początkowym nazywać będziemy *odpowiadającymi* sobie. Akcja a jest *wykonalna* w sieci k-pokojowej o ile jest k-wykonalna w odpowiadającej jej p/t-sieci.

Definicja Niech $S = (P, T, W, M_0)$ będzie dowolną p/t-siecią, zaś M dowolnym markingiem osiągalnym w tej sieci. Mówimy, że akcja a jest *ω-wykonalna* w markingu M, o ile jest w tym markingu k-wykonalna dla dowolnie dużego k. Bardziej formalnie:

$$a \in EX_\omega(M) \Leftrightarrow \forall_k \; a \in EX_k(M).$$

Super-pokojową (ω-pokojową) siecią Petriego nazywamy czwórkę $S = (P, T, W, M_0)$. Znaczenie kolejnych elementów tej sieci jest identyczne jak w p/t-sieciach, zmianie ulega natomiast definicja wykonalności. Sieci super-pokojowe i p/t-sieci o identycznej strukturze i markingu początkowym nazywać będziemy *odpowiadającymi* sobie. Akcja a jest *wykonalna* w sieci super-pokojowej o ile jest ω-wykonalna w odpowiadającej jej p/t-sieci.

Pozwoliło mi to opisać w języku przerwań wykonalności zarówno zjawisko konfliktu jak i konfuzji, rozszerzając w sposób naturalny te dwa pojęcia. Sformułowałem też i udowodniłem dwa techniczne lematy (o propagacji oraz genezie konfliktów) pozwalające w efektywny sposób badać różne poziomy pokojowości, a co za tym idzie - przerwania wykonalności na różnych poziomach. Lematy te dają pełen opis konfliktów uogólnionych i wskazują ich pochodzenie:

Lemat (o propagacji) Niech $S = (P, T, W, M_0)$ będzie dowolną p/t-siecią. Wówczas jeśli w osiągalnym w sieci S markingu M ma miejsce przerwanie wykonalności akcji a ($a \in EX_k(M) \wedge a \notin EX_{k+1}(M)$) oraz istnieje akcja b różna od a prowadząca z markingu M' do markingu M ($M'bM$) a ponadto akcje a, b są k+1-wykonalne w markingu M', to w tym markingu następuje przerwanie wykonalności akcji b, to znaczy nie jest ona k+2-wykonalna. Bardziej formalnie:

$$\left.\begin{array}{l} a \in EX_k(M) \\ a \notin EX_{k+1}(M) \\ M'bM \\ a \in EX_{k+1}(M') \\ b \in EX_{k+1}(M') \end{array}\right\} \Rightarrow b \notin EX_{k+2}(M').$$

Lemat (o genezie) Niech $S = (P, T, W, M_0)$ będzie dowolną p/t-siecią, zaś M dowolnym markingiem osiągalnym w tej sieci. Wówczas każde przerwanie wykonalności akcji a w tym markingu ma swoją genezę w przerwaniu (na wyższym poziomie) pewnej, różnej od a, akcji w markingu Ma. Bardziej formalnie:

$$\left.\begin{array}{l} a \in EX_{k+1}(M) \\ a \notin EX_{k+2}(M) \end{array}\right\} \Rightarrow \exists_b \left\{\begin{array}{l} b \in EX_k(Ma) \\ b \notin EX_{k+1}(Ma) \\ b \in EX_{k+1}(M) \end{array}\right. .$$

Zwieńczeniem rozdziału trzeciego i całej rozprawy jest dyskusja na temat mocy obliczeniowej sieci pokojowych. Rozpoczynam ją przez dowiedzenie zależności między zbiorami osiągalnych markingów oraz językami wykonalnych obliczeń na różnych poziomach pokojowości. Pokazałem, że przy ograniczeniu się do konkretnej sieci wyjściowej, tworzą one ciągi zstępujące; w przypadku języków, mogą to być nawet ciągi ściśle zstępujące.

Nieco trudniejsza okazała się dyskusja dotycząca sieci super-pokojowych. Wykazałem, że jedymi sieciami, w których każde obliczenie jest ω-trwałe, są klasyczne sieci trwałe. Sformułowałem też i udowodniłem twierdzenie Kellera dla sieci ω-pokojowych i jego konsekwencje. Pokazałem w końcu, na wykorzystanym wcześnie przykładzie, że zachowanie niektórych sieci ω-pokojowych symulować można za pomocą trwałych p/t-sieci. Pozwoliło to wysnuć kończące całą rozprawę przypuszczenie, że prawdziwa jest

Hipoteza Sieci ω-pokojowe są w sensie mocy obliczeniowej słabsze od maszyn Turinga, a nawet od p/t-sieci.

Wiele wyników niniejszej rozprawy opublikowałem w pracach [3, 4, 11, 19, 20] i przedstawiłem na lokalnych oraz międzynarodowych konferencjach.

Literatura

[1] Tilak Agerwala. A complete model for representing the coordination for asynchronous processes. Technical report, Hopkins Computer Research, 1974.

[2] Toshiro Araki and Tadao Kasami. Some decision problems related to the reachability problem for petri nets. *Theoretical Computer Science*, 3(1):85–104, 1976.

[3] Kamila Barylska, Łukasz Mikulski, and Edward Ochmański. Nonviolence petri nets. In *Proceedings of CS&P'09*, volume 1, pages 50–59. Warsaw University, 2009.

[4] Kamila Barylska, Łukasz Mikulski, and Edward Ochmański. On persistent reachability in petri nets. In *Proceedings of APNOC'10*, pages 1–12. Universidade do Minho, 2010. (wydane elektronicznie).

[5] Pierre Cartier and Dominique Foata. *Problèmes combinatoires de commutation et réarrangements*, volume 85 of *LNM*. Springer, Berlin, 1969.

[6] Jörg Desel and Javier Esparza. *Free choice Petri nets*, volume 40 of *Cambridge tracts in theoretical computer science*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[7] Volker Diekert and Grzegorz Rozenberg, editors. *The Book of Traces*. World Scientific, Singapore, 1995.

[8] Catherine Dufourd, Alain Finkel, and Philippe Schnoebelen. Reset nets between decidability and undecidability. In *Automata, Languages and Programming 1998*, volume 1443 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 103–115. Springer, 1998.

[9] Jan Grabowski. The decidability of peristence for vector additions systems. *Information Processing Letters*, 11(1):20–23, 1980.

[10] Michel H. T. Hack. Decidability questions for petri nets. Technical Report 161, MIT, June 1976.

[11] Szymon Kaniewski, Łukasz Mikulski, and Edward Ochmański. Nonviolence petri nets without weights and selfloops. ukaże się w materiałach pokonferencyjnych warsztatów MASYW'10, 2010.

[12] Richard M. Karp and Raymond E. Miller. Parallel program schemata. *JCSS*, 3:147–195, 1969.

[13] Robert M. Keller. A fundamental theorem of asynchronous parallel computation. In *Parallel processing*, volume 24 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 102–112. Springer, 1975.

[14] S. Rao Kosaraju. Decidability of reachability in vector addition systems. In *ACM Symposium on Theory of Computing (STOC '82)*, pages 267–281. ACM Press, 1982.

[15] Marta Z. Kwiatkowska. Defining process fairness for non-interleaving concurrency. *FSTTCS: Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science*, 10:286–300, 1990.

[16] L. H. Landweber and E. L. Robertson. Properties of conflict-free and persistent petri nets. *Journal of ACM*, 25:352–264, 1978.

[17] Ernst W. Mayr. Persistence of vector replacement systems is decidable. *Acta Infomatica*, 15:309–328, 1981.

[18] Antoni Mazurkiewicz. Concurrent program schemes and their interpretations. Daimi report pb-78, Aarhus University, 1977.

[19] Łukasz Mikulski. Projection representation of Mazurkiewicz traces. *Fundamenta Informaticae*, 85:399–408, 2008.

[20] Łukasz Mikulski. Internal conflict-free projection sets. *Artificial Intelligence and SC*, 59:497–504, 2009.

[21] Carl A. Petri. *Kommunikation mit Automaten.* PhD thesis, University of Bonn, Bonn, Germany, 1962. (po niemiecku).

[22] Mike W. Shields. Concurrent machines. *The Computer Journal*, 28(5):449–465, 1985.

[23] Rüdiger Valk. On the computational power of extended petri nets. In *Mathematical Foundations of Computer Science*, volume 64 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 526–535. Springer, 1978.