Techniki algorytmiczne rozwiązywania gier na przykładzie gry w kości Yahtzee

Jakub Pawlewicz

15 października 2008

Od wieków ludzkość pasjonuje się grami intelektualnymi. Ten rodzaj rozrywki jest popularną formą spędzania czasu i gimnastykowania umysłu. Wiele gier jest bardzo popularnych w licznych krajach, a niektóre stają się nawet sportem narodowym, jak na przykład Go w krajach wschodnich, w szczególności w Korei. Celem gry jest wygrać z przeciwnikiem i powstaje pytanie jak to zrobić? Jak grać optymalnie? Jakie jest najlepsze posunięcie w danej sytuacji?

Tylko nieliczne gry umiemy rozwiązać przez pokazanie optymalnej strategii z użyciem metod matematycznych. Taką grą jest Nim. Zainteresowanych odsyłamy do najbogatszego źródła technik matematycznych [BCG04]. W ogólności, dla większości gier nie istnieją takie proste strategie optymalne. Dla danej gry, rozstrzygnięcie, która strategia jest najlepsza w danej sytuacji, zazwyczaj dokonywane było przez analizę gier ekspertów – najlepszych graczy świata z długoletnim doświadczeniem. Pojawienie się komputerów dało nowe możliwości analizowania gier.

Od początku istnienia komputerów rozważano stworzenie maszyny wraz programem komputerowym, która by potrafiła wygrywać w Szachy z ludźmi, a nawet pokonać mistrza świata. Na początku były to rozważania czysto filozoficzne, ale z czasem zaczęto konstruować coraz to skuteczniejsze algorytmy heurystyczne bazujące na „siłowym" przeszukiwaniu drzewa gry i stopniowo, wraz z rozwojem technologicznym, cel osiągnięto. W 1997 roku superkomputer skonstruowany w laboratorium IBM wygrał z ówczesnym mistrzem świata Gari Kasparowem [SP97]. Dzisiaj najsilniejsze programy komputerowe uruchamiane na zwykłych komputerach osobistych wygrywają z najlepszymi graczami. W 2006 program Deep Fritz wygrał 4–2 z mistrzem świata Władimirem Kramnikiem [Che06]. Dodajmy, że Deep Fritz wcale nie jest najsilniejszym programem. Aktualnie za najlepszy program uznawany jest program szachowy Rybka [RK08].

Przykład Szachów pokazuje, że postęp w informatyce, szczególnie w algorytmice, plus postęp technologiczny pozwalają tworzyć graczy komputerowych znacznie silniejszych niż najlepsi ludzie. W niektórych grach stworzenie programu komputerowego o sile poza zasięgiem ludzi jest znacznie prostsze. Na przykład w popularnej grze planszowej Reversi, Michael Buro stworzył w miarę prosty program o nazwie Logistello [Bur97], który bez trudu pokonał aktualnego mistrza świata. Możliwość stworzenia bardzo silnego gracza, bądź nawet wyroczni dla danej gry za pomocą programów komputerowych, jest wystarczająco silnym bodźcem, aby naukowcy poświęcali temu odpowiednio dużo uwagi.

Najbardziej spektakularnym odkryciem w ostatnich latach jest wyliczenie strategii optymalnej dla gry Warcaby [SBB^{+}07]. Okazuje się, że przy optymalnej grze obu graczy wynikiem gry jest remis. Zespół, który zrealizował powyższe przedsięwzięcie, stosował znane techniki algorytmiczne, nie wprowadzając żadnych nowych metod. Projekt przede wszystkim polegał na wykorzystaniu mocy obliczeniowej dużej liczby komputerów w celu przeanalizowanie olbrzymiej liczby sytuacji w grze (liczba ta wynosi w przybliżeniu 10^{14}). Wynik ten ma duże znaczenie z teoretycznego punktu widzenia. W praktyce, program, który znacznie wykraczał poza możliwości ludzi istniał już od kilkunastu lat. Jest to również dzieło tego samego zespołu, a program nazywa się Chinook [BBB$^+$08].

W rozwiązywaniu gier nie zawsze najważniejszą rolę pełnią zasoby sprzętowe. W 1993 roku Victor Allis rozwiązał grę Go–Moku (u nas popularnie znaną pod nazwą Kółko i Krzyżyk na Pięć) wprowadzając szereg zupełnie nowych technik przeszukiwania [AvdHH96]. Wskazano strategię wygrywającą dla gracza rozpoczynającego grę. W kolejnych latach jego techniki były doskonalone, a jedna z nich była również użyta przy rozwiązywaniu gry Warcaby.

Zarówno w przypadku gry Warcaby, jak i Go–Moku, podane rozwiązania są tak zwanymi *rozwiązaniami słabymi*, to znaczy takimi rozwiązaniami, w których wskazuje się strategię wygrywającą od stanu początkowego. Nie daje to jednak informacji, które posunięcie jest najlepsze w dowolnym stanie mogącym pojawić się w innej rozgrywce niż optymalna. Dla ludzi dużo bardziej pożądanymi są tak zwane *silne rozwiązania*. Są to takie rozwiązania, które dla każdej możliwej sytuacji potrafią wskazać najlepsze posunięcie oraz wartość gry – przegrana, remis, czy wygrana. Przykładem gry, która niedawno została silnie rozwiązana przez dwójkę holenderskich naukowców, jest Awari [RV02]. Liczba stanów w tej grze wynosi w przybliżeniu 10^{12}. Posiadanie takiej silnej wyroczni jest marzeniem każdego gracza. Natychmiastowa analiza z optymalną strategią jest pożądanym narzędziem w każdej grze.

Wszystkie dotychczasowe przykłady dotyczyły gier dwuosobowych, deterministycznych i z pełną informacją. Analiza staje się trudniejsza, jeśli gra zawiera elementy losowości, a szczególnie trudna, jeżeli gra jest dodatkowo z niepełną informacją. W grach losowych już nie wystarcza stwierdzenie, czy dana sytuacja jest wygrana, bądź przegrana. Tutaj wymaga się większej informacji, jak na przykład maksymalnej wartości oczekiwanej wyniku. Należy wspomnieć, że dla tego typu gier został dokonany olbrzymi postęp w ostatniej dekadzie. Mamy tu na myśli gry Brydż i Poker. Jeszcze pod koniec lat dziewięćdziesiątych nie istniały programy grające w Brydża, chociażby na poziomie amatorów. Sytuację tą drastycznie zmienił Matthew L. Ginsberg [Gin99], który stworzył program o nazwie GIB, w którym pojawiło się sporo całkiem nowych pomysłów. Dzisiejsze programy eksploatujące wprowadzone wtedy techniki grają na poziomie ekspertów. W latach 2005–2006, równorzędne pojedynki z czołówką holenderskich graczy [Hee06] stoczył program o nazwie Jack [KK06], a do analizy trudnych rozdań regularnie stosuje się najlepsze programy jako wyrocznię. W Pokerze kolejną pojawiającą się trudnością jest duża losowość i konieczność modelowania przeciwnika. Do konstrukcji programów, które nawiązują równorzędna walkę z ludźmi [Var08], stosuje się wiedzę z kilku dziedzin: ekonomii (równowaga Nasha), sieci neuronowych, rachunku prawdopodobieństwa [Joh07].

W tej pracy zrobimy kolejny krok w skróceniu listy gier dotychczas nierozwiązanych. Zmienimy status wiedzy o losowej grze z pełną informacją Yahtzee – pokażemy „prawie" silne rozwiązanie tej gry w wersji wieloosobowej stosując szereg technik algorytmicznych oraz wprowadzając nowe metody heurystyczne. Gra *Yahtzee* jest międzynarodową, komercyjną grą w kości. Jest to najpopularniejsza i najlepiej sprzedająca się odmiana gry w kości. W Polsce spotykane są wersje pod nazwą *Poker* i *Generał*. Na świecie rocznie sprzedaje się 50 milionów zestawów do gry w Yahtzee. Szacuje się, że regularnie gra w nią ponad 100 milionów ludzi[1].

W grze może uczestniczyć dowolna liczba osób. W wersji jednoosobowej chodzi tylko o zdobycie możliwie największej liczby punktów, natomiast gdy w grze uczestniczą co najmniej dwie osoby, celem jest uzyskanie większej liczby punktów od przeciwników. Stosunkowo niewielka liczba stanów, duża popularność gry oraz coraz szybsze komputery zaowocowały pojawieniem się szeregu prac analizujących różne strategie w grze jednoosobowej. Równolegle w kilku miejscach przedstawiono strategię optymalną ([Ver99, Woo03, Gle06]). Jednakże zaproponowane techniki nie pozwalają na realizację strategii optymalnych, gdy w grze uczestniczy więcej niż jedna osoba. Oszacowania rozmiaru przestrzeni stanów gry jasno wskazują, że ze względu na zasoby sprzętowe nie będzie to możliwe w najbliższym czasie w wersji dla dwóch osób, a dla większej liczby osób jest to praktycznie niemożliwe. W rezultacie, dla wersji wieloosobowej do dzisiaj nie pojawiły się żadne strategie, które byłyby możliwie bliskie strategii optymalnej.

Główny wynik tej pracy to propozycja strategii bardzo bliskiej strategii optymalnej w grze wieloosobowej. W tym celu przeprowadzona została dokładna analiza gry Yahtzee, a do budowy tej strategii została wprowadzona całkowicie nowa, uniwersalna technika, która z pewnością może być stosowana do innych gier losowych z pełną informacją.

W pierwszym rozdziale są przedstawione zasady gry oraz przykłady rozgrywek wraz z prostą analizą sytuacji.

W drugim rozdziale szczegółowo zajeliśmy się wersją jednoosobową. Przeanalizowaliśmy dokładnie strukturę gry. W porównaniu do dotychczasowych prac analizujących grę Yahtzee, dokonane zostały nowe obserwacje pozwalające na znaczną redukcję rozmiaru grafu reprezentującego przestrzeń stanów. Zaproponowaliśmy metodę obliczania strategii optymalnej dla maksymalizacji wartości oczekiwanej w czasie o rząd wielkości mniejszym, niż to było zrobione przez poprzedników [Ver99, Woo03, Gle06]. Następnie zajęliśmy się strategią maksymalizującą prawdopodobieństwo osiągnięcia określonego wyniku. Ta strategia jest już trudniejsza do uzyskania. Sposób na jej wyliczanie został przedstawiony w [Cre02]. Jednakże w praktyce ta metoda wymaga zbyt dużo czasu do generowania odpowiedzi w dowolnym stanie gry. Tutaj pokazujemy zupełnie nowe podejście. Wprowadzamy pojęcie dystrybucji i za ich pomocą stablicowaliśmy strategię na maksymalne prawdopodobieństwo osiągnięcia określonego wyniku. Przedstawiona metoda pozwala na natychmiastowe podejmowanie decyzji, czyniąc ją przez to bardzo praktyczną.

W dotychczasowych pracach pojawiały się jedynie wzmianki na temat gry wieloosobowej. Przedstawiono bardzo proste strategie bazujące na rozwiązaniach dla wersji jednoosobowej (np. w [Ver99]). Nie została przeprowadzona żadna dokładna analiza przestrzeni stanów. W trzecim rozdziale zajęliśmy się wersją wieloosobową. Opisujemy czym jest strategia optymalna. Precyzujemy pojęcie celu rozgrywki wprowadzając termin punktów meczowych. Po raz pierwszy została pokazana szczegółowa analiza niezbędnych zasobów potrzebnych do policzenia strategii optymalnej dla gry dwuosobowej, z uwzględnieniem wszelkich możliwych redukcji liczby stanów. Po wszystkich tych zabiegach okazało się,

[1] Źródło: [Ide04]

że wygenerowanie strategii optymalnej jest w zasięgu dzisiejszych technologii.

Następnie prezentujemy najważniejszy wynik tej pracy — strategię heurystyczną dla gier wieloosobowych, która jest „prawie” optymalna. Heurystyka wykorzystuje wprowadzone wcześniej pojęcie dystrybucji z gry jednoosobowej i daje zaskakująco dobre wyniki. Pokazanie skuteczności tej strategii jest jednak zadaniem nietrywialnym. Specjalnie skonstruowane eksperymenty pozwalają na miarodajne stwierdzenie, że błąd w stosunku do strategii optymalnej okazuje się być na tyle mały, że jest praktycznie zaniedbywalny. Technika, która została użyta do konstrukcji strategii przybliżającej strategię optymalną z bardzo małym błędem, jest niezależna od gry i z pewnością może być stosowana do innych gier losowych z pełną informacją.

Yahtzee jest grą bardzo losową w tym sensie, że mimo możliwości podejmowania decyzji i tak ostateczny wynik w dużej mierze zależy od szczęścia. W związku z tym przewaga strategii „prawie” optymalnej w pojedynkach z ludźmi, którzy grają nieoptymalnie, jest ledwo zauważalna. Aby praktycznie stwierdzić ile tak na prawdę daje użycie strategii optymalnej (zakładając, że jesteśmy w stanie wygenerować taką strategię), została przeprowadzona pracochłonna analiza blisko 25 milionów gier ludzi na różnych poziomach zaawansowania.

Bibliografia

[AvdHH96] L. Victor Allis, H. Jaap van den Herik, and M. P. H. Huntjens. Gomoku solved by new search techniques. *Computational Intelligence*, 12:7–23, 1996.

[BBB+08] Yngvi Bjornsson, Martin Bryant, Neil Burch, Joe Culberson, Akihiro Kishimoto, Rob Lake, Paul Lu, Martin Mueller, Jonathan Schaeffer, Steve Sutphen, and Norman Treloar. Chinook, 2008. `http://www.cs.ualberta.ca/~chinook/`.

[BCG04] Elwyn R. Berlekamp, John Horton Conway, and Richard K. Guy. *Winning Ways for Your Mathematical Plays*, volume 1, 2, 3 and 4. A K Peters, Ltd., 2nd edition, 2001, 2003, 2004.

[Bur97] Michael Buro. The Othello match of the year: Takeshi Murakami vs. Logistello. *ICCA Journal*, 20(3):189–193, 1997.

[Che06] Kramnik vs Deep Fritz: Computer wins match by 4:2, 2006. `http://www.chessbase.com/newsdetail.asp?newsid=3524`.

[Cre02] C.J.F. Cremers. How best to beat high scores in Yahtzee: A caching structure for evaluating large recurrent functions. Master's thesis, Fac. of Math. and CS, Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands, 2002.

[Gin99] Matthew L. Ginsberg. GIB: Steps toward an expert-level Bridge-playing program. In *Sixteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-99)*, pages 584–589, 1999.

[Gle06] James Glenn. An optimal strategy for Yahtzee. Technical report, Department of Computer Science, Loyola College in Maryland, 2006.

[Hee06] Wim Heemskerk. Computer Bridge. *Dutch Bridge Magazine IMP*, 2005–2006.

[Ide04] The great idea finder – Yahtzee, 2004. http://www.ideafinder.com/history/inventions/yahtzee.htm.

[Joh07] Michael Johanson. Robust strategies and counter-strategies: Building a champion level computer Poker player. Master's thesis, University of Alberta, 2007.

[KK06] Kuijf and Kuijf Software. Program do gry w Brydża Jack, 2006. http://www.jackbridge.com/.

[RK08] Vasik Rajlich and Larry Kaufman. Program szachowy Rybka, 2008. http://www.rybkachess.com/.

[RV02] John Romein and Kees Verstoep. The Awari oracle, 2002. http://awari.cs.vu.nl/awari/.

[SBB+07] Jonathan Schaeffer, Neil Burch, Yngvi Björnsson, Akihiro Kishimoto, Martin Müller, Robert Lake, Paul Lu, and Steve Sutphen. Checkers is solved. *Science*, 317(5844):1518–1522, 2007.

[SP97] Jonathan Schaeffer and Aske Plaat. Kasparov versus Deep Blue: The re-match. *ICCA Journal*, 20(2):95–102, 1997.

[Var08] Jim Varnon. The second man vs machine Poker championship, 2008. http://www.stoxpoker.com/man_vs_machine.html.

[Ver99] Tom Verhoeff. Optimal solitaire Yahtzee advisor and Yahtzee proficiency test, 1999. On-line since July 1999: http://www.win.tue.nl/~wstomv/misc/yahtzee/.

[Woo03] Phil Woodward. Yahtzee: The solution. *Chance*, 16(1):17–20, 2003.