

prof. dr hab. inż. Dariusz Dereniowski
Katedra Algorytmów i Modelowania Systemów
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
Politechnika Gdańska
ul. Gabriela Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

Recenzja rozprawy doktorskiej

Tytuł rozprawy: **Interesting Graph Problems**

Autor rozprawy: **mgr Marcin Smulewicz**

Promotor: **dr hab. Marcin Mucha**

1. Tematyka rozprawy

Rozprawa jest kolekcją kilku wyników naukowych, których wspólnym ‘mianownikiem’ jest teoria grafów, a w dominującym zakresie jest to algorytmiczna teoria grafów. Znajduję pewien wspólny element w przedstawionych rezultatach jakim jest problematyka dotycząca podgrafów, zarówno widoczna w bezpośrednich sformułowaniach problemów jak i w narzędziach użytych do rozwiązania danego problemu. Przez to ostatnie mam na przykład na myśli szeroko wykorzystywane spójne struktury spinające przy rozwiązywaniu uogólnionego problemu komiwojażera (praca [1] poniżej).

2. Uzyskane wyniki

Formuła rozprawy to przedłożenie do oceny czterech poniższych artykułów naukowych opatrzonych wstępem, który definiuje podejmowane problemy grafowe, szkicuje ich kontekst literaturowy, przedstawia uzyskane wyniki oraz zawiera deklaracje Doktoranta na temat Jego wkładu we wskazane prace. Następnie załączone są do oceny niniejsze artykuły w ich oryginalnej formie. (Praca [2] jest załączona dwukrotnie, w opublikowanej oraz pełnej wersji.)

- [1] L. Kowalik, S. Li, W. Nadara, M. Smulewicz, and M. Wahlström. Many visits TSP revisited. *ESA 2020*, LIPIcs vol. 173, 66:1–66:22
- [2] W. Nadara, M. Radecki, M. Smulewicz, and M. Sokolowski. Determining 4-edge-connected components in linear time. *ESA 2021*, LIPIcs vol. 204, 71:1–71:15.
- [3] A. Karczmarz and M. Smulewicz. On fully dynamic strongly connected components. *ESA 2023*, LIPIcs vol. 274, 68:1–68:15
- [4] W. Nadara and M. Smulewicz. Decreasing the maximum average degree by deleting an independent set or a d -degenerate subgraph. *Electron. J. Comb.*, 29(1), 2022.

Pełna wersja artykułu [1] jest także opublikowana w *Journal of Computer and System Sciences*, natomiast pełne wersje prac [2] oraz [3] są dostępne w serwisie arXiv.

Ponadto, Doktorant jest współautorem trzech kolejnych prac. Jedna z nich [ICALP 2024], będąca kontynuacją pracy [3] została wymieniona w rozprawie z notką informującą, że nie

została ona włączona do rozprawy ze względu na mniejszy wkład Doktoranta. Druga praca opublikowana w [ESA 2022] w pewnym stopniu pasuje do kierunku przyjętego w rozprawie, lecz została w monografii pominięta. Ostatnia dodatkowa praca jest opublikowana w *Information Processing Letters*.

Wstęp wprowadzający do prac [1]–[4] doskonale oddaje wszystkie wyniki przedstawiając także wartościowy wyciąg stosowanych metod oraz wybrane intuicje. Niniejszym przytaczam bardzo skrótowo najważniejsze rezultaty w rozprawie.

Praca [1] dotyczy uogólnionego problemu komiwojażera, w którym celem jest zbudowanie trasy, która odwiedza każdy wierzchołek zadaną na wejściu liczbę razy. Ze względu na złożoność problemu Autor skupia się na dokładnych wykładniczych algorytmach. Wyniki obejmują algorytm losowy o złożoności $\mathcal{O}^*(2^n D)$, gdzie n jest liczbą wierzchołków grafu, natomiast D jest maksymalną odległością pomiędzy parą wierzchołków.¹ Następnie, poprzez analizę istniejącego algorytmu [Berger et al., SODA 2019] podano algorytm o złożoności $\mathcal{O}^*(4^n)$. Złożoność taka jest uzyskana poprzez programowanie dynamiczne, które wymaga wykładniczej złożoności pamięciowej. Wyniki dopełnia algorytm o złożoności $\mathcal{O}^*(7.88^n)$ działający w wielomianowej złożoności pamięciowej.

Artykuł [2] podaje liniowy (względem liczby krawędzi grafu) algorytm obliczający 4-spójne składowe danego na wejściu grafu prostego.

Jako jedyna w rozprawie praca [3] dotyczy skierowanych grafów dynamicznych, tzn. takich w których dopuszczane są operacje dodawania lub usuwania wierzchołków lub krawędzi. W tym przypadku Autor skupia się na dodawaniu i usuwaniu krawędzi. W takiej sytuacji żądamy od algorytmu utrzymywania *struktury danych* pozwalającej na efektywne udzielanie odpowiedzi na dwa pytania: jak wygląda podział grafu na silnie spójne składowe lub odpowiedź tak/nie na pytanie czy graf jest silnie spójny. W tego typu problemach pytamy o złożoność obliczeniową aktualizacji struktury danych oraz czas udzielenia odpowiedzi na wybrane pytania. Przy założeniu, że po każdej zmianie grafu wybrana informacja powinna być obliczona by oddawała stan faktyczny grafu, kwestię czasu zapytania można tutaj pominąć i skupić się na problemie złożoności aktualizacji struktury danych. W [3] pokazano, że można uzyskać czas aktualizacji $\mathcal{O}(n^{1.528})$ dla problemu podziału na silnie spójne składowe, oraz czas $\mathcal{O}(n^{1.406})$ dla problemu odpowiedzi na pytanie czy graf jest silnie spójny.

Praca [4] podaje twierdzenie dotyczące maksymalnego średniego stopnia grafu G określanego symbolem $\text{mad}(G)$ i zdefiniowanego jako największy średni stopień pośród wszystkich podgrafów G . Twierdzenie mówi, że dla każdego $G = (V, E)$ i dla każdej liczby całkowitej $k > 0$ takiej, że $k \leq \text{mad}(G)$, istnieje podzbiór wierzchołków S taki, że $\text{mad}(G[V \setminus S]) \leq \text{mad}(G) - k$ i $G[S]$ jest $(k - 1)$ -zdegenerowany. Tutaj, $G[X]$ oznacza podgraf indukowany przez wierzchołki ze zbioru X , natomiast $(k - 1)$ -zdegenerowany podgraf to taki, którego każdy podgraf posiada wierzchołek stopnia co najwyżej $k - 1$. Sam wynik ma charakter strukturalny, ale stoi za nim wielomianowy algorytm pozwalający obliczyć powyższy zbiór S .

3. Ocena pracy i dorobku

Za wyraz dojrzałości naukowej uważam fakt, że Doktorant sprawnie przeprowadza czytelnika przez pewne cechy badanych problemów prezentując także ważne intuicje. Na przykład w przypadku uogólnionego problemu komiwojażera bardzo dobrze jest we wstępie wyjaśnione, gdzie tkwi trudność problemu (w zapewnieniu spójności trasy). Wówczas czytelnik rozumie dlaczego proponowane algorytmy są dwuetapowe, najpierw budują szkielet zapewniający spójność,

¹Notacja $\mathcal{O}^*$ ‘ukrywa’ współczynniki wielomianowe.

a następnie innymi metodami (przepływowymi) uzupełniają ‘braki’ w trasie zapewniając odpowiednią wielokrotność wizyt. Obraz, który się z tego wyłania jest taki, że kolejne usprawnienia wynikają z trafniejszych pomysłów rozwiązania tych problemów cząstkowych. Natomiast podczas lektury nasuwa się pytanie czy są możliwe jeszcze inne podejścia, które być może nie oferują tak dobrych złożoności, ale uzupełniałyby intuicje na temat całego obrazu problemu?

Osiągnięciem pracy [2] jest obniżenie złożoności obliczeniowej względem dotychczas znanych algorytmów. Samo rozwiązanie jest interesujące, gdyż dobrze oddaje ono kluczowe intuicje związane z problemem. Sposób użycia drzew DFS w pierwszej części (algorytm losowy) i związana z tym analiza przypadków wydają się być użyteczne w szerszym kontekście niż rozwiązywany problem. Z samej pracy nie wynika jednak czy jest to technika zapożyczona z literatury czy jest autorskim pomysłem na rzecz rozwiązania problemu.

Odnosnie wyników z pracy [3] komentuję drugą ze struktur, czyli utrzymywanie odpowiedzi na silną spójność w czasie $\mathcal{O}(n^{1.406})$, gdyż zgodnie z załączoną deklaracją Marcina Smulewicza jest On autorem tej części artykułu. Praca ta wykorzystuje strukturę opisaną w [van den Brand et al., FOCS 2019] o tej samej złożoności. Idea algorytmu polega na posiadaniu informacji o wszystkich *źródłowych* silnych spójnych składowych, czyli takich, do których nie dochodzą skierowane krawędzie z innych silnie spójnych składowych. W szczególności algorytm utrzymuje jednego reprezentanta (w postaci dowolnego wierzchołka) każdej takiej składowej. Warto wówczas zauważyć, że silna spójność grafu jest równoważna istnieniu jednej źródłowej składowej. Powyższe pokazuje dobrą znajomość bieżącej literatury oraz jej nietrywialne wykorzystanie do uzyskania nowych wyników.

Praca [4] z kolei używa problem przepływu na odpowiednio skonstruowanym grafie jako narzędzie osiągnięcia wyniku. Całość dorobku pokazuje zatem szereg elementów składających się na pozytywną całościową ocenę. Po pierwsze, rozprawa wskazuje na dobrą znajomość bieżącego stanu wiedzy i korzysta z naukowego dorobku innych badaczy, także uwzględniając najnowsze wyniki. Po drugie, wyniki uzyskano w oparciu o relatywnie szeroką gamę narzędzi, takich jak techniki przepływowe, algebraiczne czy wybrane struktury danych. Wskazuje to na dobrą i szeroką znajomość narzędzi algorytmicznych i łatwość ich wykorzystania. Stanowi to w szczególności potwierdzenie ogólnej wiedzy teoretycznej Marcina Smulewicza. Przedstawione do oceny prace posiadają odpowiedni format wydawniczy, a przedłożony do nich wstęp jest napisany przejrzysto, poprawnie językowo i sam w sobie stanowi bardzo dobre prelude ułatwiające przyswojenie wyżej wymienionych prac. Także warto zwrócić uwagę na fakt opublikowania pracy [4] w prestiżowym w dziedzinie *The Electronic Journal of Combinatorics*, a pozostałe zostały przyjęte na jedną z wiodących algorytmicznych konferencji *ESA*. Powyższe stanowi o mojej bardzo pozytywnej ocenie rozprawy oraz dorobku Marcina Smulewicza.

Lektura pracy pozostawia mnie bez negatywnych uwag. W treści recenzji zamieściłem pewne pytania lub kwestie otwarte do potencjalnej dyskusji podczas obrony rozprawy.

4. Konkluzja

W mojej opinii rozprawa spełnia warunki określone w *Ustawie*. W związku z tym, wnioskuję o dopuszczenie Marcina Smulewicza do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Signed by / Podpisano przez:

Dariusz Piotr Dereniowski
Politechnika Gdańska

Date / Data: 2026-01-12 15:16

Dariusz Dereniowski



