

Adam Bobrowski
Katedra Matematyki
Wydziału Elektrotechniki i Informatyki
Politechniki Lubelskiej

20 marca 2026

Opinia o pracy doktorskiej pana magistra Javada Mohamadichamgavi

Praca doktorska p. mgr Mohamadichamgaviego została napisana po angielsku i zatytułowana *Time Delays and Structured Populations in Evolutionary Game Theory*. Wpisuje się ona, zgodnie z tytułem, w teorię gier ewolucyjnych, dziedzinę, będącą od wielu lat obiektem zainteresowania promotora rozprawy, prof. dr. hab. Jacka Miękisza. Teoria ta poświęcona jest grom, w których proste, klasyczne rozgrywki odbywają się wielokrotnie, a ich uczestnicy mogą się uczyć, adaptować i zmieniać swe strategie w czasie, niekiedy z opóźnieniem, a nawet przekazywać je w jakiejś formie kolejnym pokoleniom. Pojawiać się też mogą gracze stosujący strategie nowatorskie, odmienne od innych i stopniowo przeciągać (albo i nie) na swoją stronę pozostałych: rzeczywistość podsuwa niezliczoną niemal liczbę inspirujących scenariuszy. Ciekawych zagadnień matematycznych jest tu zatem w bród, a pole do inwencji szerokie.

1 Podstawowa charakterystyka i ocena

Co do struktury, w skład rozprawy wchodzi trzy rozdziały wstępne oraz, w części głównej, reprodukcja sześciu artykułów naukowych, z których trzy autor opublikował wraz z promotorem, jedną z dr. hab. M. Bodnarem (podobnie jak promotor, pracownikiem UW) i jedną z M. Broomem, profesorem City University of London i specjalistą od gier dynamicznych.

Artykuły te ukazały się w sensownych czasopismach: najbardziej prestiżowym z nich jest niewątpliwie *Physical Review E*, ale za to nie jest ono traktowane jako matematyczne. Jako równie znane i uznawane, choć punktowane nieco mniej, ocenić należy *Proceedings of the Royal Society A*. Specjalistyczne i wyspecjalizowane *Dynamic Games and Applications* odgrywają w teorii gier zapewne

taką rolę jak w najbliższej mi dziedzinie solidne *Semigroup Forum*, więc dwie publikacje w nim wstydu zdecydowanie nie przynoszą. Choć obił mi się on o uszy, najmniej potrafię powiedzieć o periodyku *Chaos, Solitons & Fractals*, a i ministerialna lista oszczędnie przyznaje mu punkty — kandydat opublikował w nim pracę samodzielną. Podsumowując: dorobek to jak na doktorat pokazny, tym bardziej, że poza wspomnianymi tu artykułami p. Mohamadichamgavi ma na koncie autorstwo sześciu innych, w rozprawie nieomawianych.

Dobre wrażenie sprawia też widoczne w pracach kandydata bogactwo kątów widzenia, z których przygląda się on interesującym go zjawiskom, i matematycznych technik, których używa do ich badania. Imponuje mnogość kontaktów międzynarodowych oraz wyraźna tendencja do odwracania się od problemów czysto teoretycznych — akademickich w tym sensie, że oderwanych od zastosowań — do praktycznych, choć ciągle z matematyką mających styczność. Pan Mohamadichamgavi wyrasta na dojrzałego naukowca o sprecyzowanych zainteresowaniach i dość bogatym instrumentarium.

Nie przeraża go bifurkacyjna analiza układów równań zwyczajnych z opóźnieniem, budowa modeli ze strukturą, badanie wpływu zjawisk losowych, ani lokalności oddziaływań (widocznej na przykład na grafach). Co istotne, z matematycznych rozważań potrafi wyciągać wnioski poza matematykę wykraczające (choć oparte tylko na modelach), które mogą stanowić hipotezy dotyczące populacji rzeczywistych.

Niestety jednak tylko tyle mogę powiedzieć pozytywnego o przedłożonej mi rozprawie. Na szczęście dla kandydata, jest to tyle i aż tyle. Bo to, co napisałem wyżej jest w dzisiejszych warunkach najistotniejsze, a dalsze me dywagacje nie mogą zmienić oczywistej w jego obliczu konstatacji, iż mgr Mohamadichamgavi na stopień doktora zasługuje.

2 A jednak ...

Pozostaje jednak pewien niedosyt, bo strona redakcyjna pracy i jej ogólny zamysł pozostawiają wiele do życzenia. Powie ktoś być może, nieświadomie cytując nieodżałowanego W. Młynarskiego, że *mam w głowie wciąż drobiazgi*? Odpowiem słowami tego samego wiersza *Róbmy swoje! (...) Drobiazgów parę się zachowa: kultura, sztuka, wolność słowa ...*. Odpowiem, choć moje doświadczenie dowodzi, że wołanie na puszczy efekty przynosi, gdy wołającym jest — w innym imieniu i celu — Jan Chrzyciel, a nie Adam Bobrowski.

Zacznijmy od tego, że — jak to już napomknąłem wcześniej — główną część pracy (reprodukcję sześciu artykułów) poprzedzają trzy rozdziały wstępne. Przyjrzyjmy się im uważnie.

Rozdział pierwszy składa się z dwóch części, zatytułowanych *General background* i *Thesis overview*. Otwierają go więc uwagi historyczne i ogólnofilozoficzne, które niewiele wnoszą do samej rozprawy, choć niewątpliwie tu jest ich miejsce i mają ten walor, że zostały napisane dość gładkim angielskim¹. Kończy

¹Rzuciło mi się w oczy jedynie użycie *allow for* zamiast poprawnego w danym kontekście

— dwustronicowe streszczenie streszczeń, których pełniejsze wersje znajdziemy w rozdziale trzecim. O nim też niewiele dobrego można powiedzieć, bo jest enigmatyczne, przeładowane specjalistycznym żargonem i — jak to leży w naturze streszczeń — skrótowe. Choć nie: byłbym niesprawiedliwy, gdybym nie zwrócił uwagi na znajdujące się tu jedno pożyteczne zdanie, które w wolnym tłumaczeniu brzmiałoby jakoś tak: *rozprawa pozwala zrozumieć, jak opóźnienia, struktura populacji i zjawiska losowe kształtują dynamikę ewolucyjną*. Szkoda, że będę musiał z tym zdaniem poniżej dyskutować.

Czytelnik więc do rozdziału drugiego przechodzi z nadzieją, że wreszcie pozna jakieś konkrety, dowie się czegoś ciekawego. Niestety, z każdą kolejną stroną lektury przekonuje się, że ma do czynienia z maestrią pisania tak, by trudniej było zrozumieć. Owszem, przyznaję niechętnie, że znam bardziej wybitne przykłady sztuki piśmienniczej, ale wciąż darowuję konia z rzędem temu, kto czytając verbatim, bez domysłu się o co chodzi, tekst ten pojmie (patrz niżej). Zrozumienie zapewne jest rolą recenzenta, rolą doktoranta jest jednak pisanie precyzyjnie i zrozumiale, z dbałością o szczegóły.

Nie lepiej jest z rozdziałem trzecim, głównie dlatego, że zbudowano go w stylu hermetycznym i minimalistycznym, a równocześnie dość niedbałym. Na przykład na stronie 21. autor stwierdza, że jedno równanie redukuje się do drugiego jeśli z pewnym parametrem przejdziemy do nieskończoności. Tylko co to znaczy? Matematyka nie zna pojęcia zbieżności równań, a jedynie ich rozwiązań. Czyż nie byłoby od rzeczy napisać, że mamy tu na myśli tylko przejście graniczne w sensie formalnym? Wracając jednak do zdania o hermetyczności i minimalistycznym stylu: prace, jak kto zechce i go to interesuje, może sobie przeczytać; rozprawa odrzuca czytelników nawet najbardziej upartych, do których z natury się nie zaliczam.

Wniosek jest jeden: ona rzeczywiście zawiera wiele informacji o tym jak opóźnienia, struktura populacji i zjawiska losowe kształtują dynamikę ewolucyjną, informacji mniej lub bardziej pomocnych i mniej lub bardziej odkrywczych, ale mocno wątpię, czy *pozwala*, czy *pomaga* coś zrozumieć. Nadal wszystko ukryte jest za murem zawilości sformułowań i notacyjnym bałaganiarstwem.

Owszem, każdy z artykułów wchodzących w jej skład, jeśli się go uważnie przeczyta, jakąś wiedzę przekazuje. Rozprawa nie dodaje jednak do nich nic: nie pozwala spojrzeć na nie z szerszej perspektywy, nie prowadzi do rozsądnych, wyrażonych w ludzkim języku wniosków. Jej autor ograniczył się do streszczenia swoich swych wyników i co więcej, jak tego dowodzić będę za chwilę, napisał wszystko na kolanie, na trzy minuty przed lekcją. Pracy, która pomogłaby jego czytelnikom coś zrozumieć nie wykonał, albo wykonał byle jak.

allow. Otóż mądrzy ludzie twierdzą, że o ile sam czasownik *to allow* można przetłumaczyć jako *pozwalać, zezwalać na coś, umożliwiać coś*, dodatnie do niego *for* powoduje, iż nabiera on znaczenia *brania czegoś pod uwagę, uwzględniania czegoś, wliczania czegoś do kalkulacji*. Tak więc zdanie ze strony drugiej, że pewne równanie *allows for the analysis* jest niepoprawne. Podobny błąd znajdujemy na stronie 12., ale już na stronie 16. niefortunne *for* na szczęście znika.

3 Więcej szczegółów

Oto garść szczegółów.

- Na stronie 9. znajdujemy formalną definicję gry normalnej jako trójki uporządkowanej, w której skład wchodzi strategie. Co to są strategie autor jednak nie wyjaśnia.
- Góra strony 10 uczy nas, że profil czystej strategii to element pewnego iloczynu kartezjańskiego, oznaczany x . Dowiadujemy się też, że zamiast x często pisze się (x_i, x_{-i}) . To drugie, tajemnicze oznaczenie nie doczeka się jednak (wraz z nami) wyjaśnienia; w szczególności sekretem pozostaje, co oznacza w nim indeks i . Czy chodzić może o konkretnego gracza o numerze i ? Ale dlaczego miałby być on jakoś wyróżniony? I co znaczy $-i$, skoro i należy do zbioru $\{1, \dots, n\}$? To ma być ujemny numer gracza? Po co proste oznaczenie x mielibyśmy zastępować niejasnym (x_i, x_{-i}) ?
- W definicji 2.1.2 strategie mieszane oznaczane są literką p , jak zgadujemy w odróżnieniu od strategii czystych, dla których wcześniej już zarezerwowano literkę x . Ale te pierwsze już za chwilę przybierają postać y z dodatkowym indeksem i . Autor nie kwapi się także, by nam wytłumaczyć, jaką rolę indeks ten wypełnia we wzorze na *najlepszą odpowiedź*, a używa go w nim dwukrotnie (w tym raz z minusem). Wszystkiego trzeba się domyślać, z lepszym, a zwykle gorszym skutkiem.
- Zupełnie nie rozumiem dlaczego autor ignoruje rzewny płacz kompilatora na melodię „overfull hbox”. Efekty są oplakane (zob. też np. wzór na stronie 17.).
- W podrozdziale 2.1.3 zamieszanie dochodzi do poziomu mistrzowskiego. Autor pisze tu o grach symetrycznych, w których bierze udział dwóch przeciwników. Drugie zdanie zaczyna się od frazy *If we consider $s_i \in A, B$* . Nie, nie znajdziemy nigdzie odpowiedzi na następujący szereg narzucających się pytań:
 - Co to jest s_i ? Skoro mamy do czynienia z literką s , to zapewne jest to strategia. Ale przecież do tej pory strategię oznaczano x albo p (a czasem y_i). I czymże jest ten nieszczęsny indeks i ?
 - Jeśli s_i to strategia, a ma ona należeć do A (i, a może lub?) B , to zapewne A i B oznaczają zbiory. Ale to się wyraźnie kłóci z tabelką (1).
 - Ta ostatnia sugeruje, że A i B to strategie, więc zapewne chodziło o to, że $s_i \in \{A, B\}$, ale przecież do tej pory strategię były utożsamiane z ich numerami, to znaczy indeksami ze zbioru $\{1, \dots, m\}$. No i nadal nie jest jasne, co to jest to i .
 - Po co lewa część tabeli zawiera wyrażenia typu $u_{A,A}$ (oznaczające wypłaty), skoro później i tak używa się tylko a, b, c i d ? Po to, by

powołać się na ukryte w trzeciej linii oznaczenie $u_{k,l}$? Ależ, nawet gdyby $u_{k,l}$ było łatwiej zauważalne, skojarzyć je z $u_{A,B}$ to sztuka sama w sobie! Trzeba by przede wszystkim zgadnąć, że litery k, l (oznaczające liczby naturalne) przybrały teraz postać A i B .

Jak pisałem wyżej, odpowiedzi na powyższe pytania nie znajdziemy w tekście. *Domyślamy się* jedynie, *odgadujemy*, że A i B to rzeczywiście są strategie, że oznaczenia $u_{A,A}, u_{A,B}$ itp. do niczego nie są potrzebne, i że niepotrzebne jest s i jego indeks. To zdanie powinno brzmieć po prostu *Jeśli każdy z graczy ma do dyspozycji dwie strategie, nazwijmy je A i B , to każdą grę definiuje . . .*, a cały wstęp i ogólna definicja gier z większą niż dwa liczbą graczy to tylko zupełnie niepotrzebny balast i częściowy powód notacyjnego i pojęciowego zamieszania.

Przykład ten pokazuje dobitnie na czym polega problem z rozprawą. Ja mianowicie swoją pracę jako recenzenta wykonałem w tym sensie, że w końcu zrozumiałem, o co w tym fragmencie chodzi, ale pracy nie wykonał kandydat do stopnia doktora, który nie tylko nie pomógł w zrozumieniu, ale jeszcze je utrudnił. Nawet nie pomyślał o tym, by zaznaczyć, że omawiana tabela przedstawia wypłaty z punktu widzenia „gracza kolumnowego”!

Czytelnik tej recenzji może zadać sobie też następujące, istotne, a retoryczne pytanie: skoro rzeczy tak elementarne opisane zostały w sposób tak zagmatwany, jak to wygląda w przypadku zagadnień bardziej złożonych?!

- Bieg na 400 metrów, sprint przedłużony, ma swą szczególną charakterystykę: najlepsza strategia w nim polega na tym, by jak najszybciej osiągnąć maksymalną prędkość, a potem zrobić coś, czego rasowi sprinterzy nie potrafią: utrzymać ją przez resztę dystansu. P. mgr Mohamadichamgavi radziłby sobie w tej dyscyplinie bardzo dobrze. Wprowadziwszy maksymalne zamieszanie w okolicach tabeli (1) skutecznie utrzymuje je na kolejnej stronie, w części poświęconej grze *jastrzęb-gołąb*. Wprowadza tu mianowicie koszt (wykonywanej pracy, czy też postępowania ugodowego, w zależności od interpretacji) i oznacza go literą c . Zupełnie zapomina przy tym, że litera ta została już użyta w tabeli (1) i beztrząsco używa jej w dwóch różnych znaczeniach na przemian. Analogia do biegu na 400 metrów jest tu w pełni uzasadniona, bo zamieszanie trwa w najlepsze na stronie 21., gdzie to, co wcześniej oznaczane było v , staje się V i równocześnie, nie wiadomo po co i dlaczego, h ; natomiast c , również bez ostrzeżenia, rośnie i staje się C , a równocześnie s . Autor jakoś sobie radzi z tym, że C do tej pory, a dokładniej na stronie dziesiątej, oznaczało strategię oraz z tym, że podobne podejrzenia mieliśmy co do s . Czytelnik radzi sobie z tym trochę gorzej i zaczyna się zastanawiać, czy warto szukać ukrytego sensu i czytać dalej. Pytanie, dlaczego na wspomnianej stronie dziesiątej mamy strategię C i D , a nie A i B , w tym kontekście to już naprawdę drobiazg.

Ja już się pogodziłem z faktem, że dziś wszyscy piszą, a nikt nie czyta. Ale może chociaż warto byłoby czasem, na przykład z okazji wielkiego dzwonu rozprawy doktorskiej, przeczytać to, co się napisało? Szczególnie jeśli mamy zamiar dać to do czytania komuś innemu.

4 Podsumowanie

Nie mam wątpliwości, że p. mgr Mohamadichangavi zasługuje na stopień doktora nauk matematycznych² i wnoszę o dopuszczenie go do dalszych etapów przewodu.

Poważne wątpliwości mam tylko, czy należycie przyłożył się do — moim zdaniem nie zasługującej na miano drobnej — kwestii komunikacji z czytelnikiem. Nie przyjmuję też tłumaczenia, że goniły terminy. Terminy gonią nas wszystkich i dla bylejakości nie są wytłumaczeniem. Walec nie przychodzi i nie wyrównuje. Może warto było napisać jeden artykuł mniej, ale w rozprawę włożyć czas i serce.

A. Bobrowski
Adam Bobrowski

²Dokładniej i formalniej rzecz biorąc: stopień doktora w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych, w dyscyplinie matematyka.