

prof. dr hab. Monika Pilśniak
Wydział Matematyki Stosowanej
Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Recenzja rozprawy doktorskiej
mgr Jany Masaříkovej
„Computational Complexity of Combinatorial Problems
in Hereditary Graph Classes”

1. Tematyka

Problematyka pracy związana jest z rozważaniem decyzyjnych i optymalizacyjnych problemów NP-trudnych oraz z poszukiwaniem klas grafów, w których złożoność redukuje się do wielomianowej albo pseudowielomianowej. Rozważane są dziedziczne klasy grafów, które charakteryzowane są w języku zakazanych indukowanych podgrafów. Są to klasyczne problemy informatyki teoretycznej, które swój początek mają we wczesnych latach 70-tych XX wieku, kiedy to Cook udowodnił, że problem spełnialności formuł logicznych w koniunkcyjnej postaci normalnej jest NP-zupełny, a następnie Karp pokazał o kolejnych sześciu problemach, że są w tej samej klasie złożoności. Wśród nich był między innymi problem 3-kolorowalności grafów. Kilka lat później rozważano też problem maksymalnego zbioru niezależnego w grafie z wagami na wierzchołkach.

Badania teoretyczne rozwijają się wciąż żywo, ostatnio również z dużą intensywnością dla dziedzicznych klas grafów, takich jak grafy bez ścieżki P_t , bez pajaków $S_{p,q,r}$, bez lasów z ograniczonym stopniem, i innych. Wśród osób zajmujących się obecnie tymi problemami wymienić trzeba Chudnovską, Paulusma, Rautenbacha, Tomasségo, Seymoura, Abrishami, Grzesika, Lokshtanova, Lozina, Pilipczuków, Rzażewskiego, Schiermeyera. Każdego roku w czołowych czasopismach matematyki dyskretnej i algorytmiki ukazują się kilka prac z najnowszymi wynikami dotyczącymi omawianych problemów.

Tematyka rozprawy jest zatem ważna, aktualna, ciągle rozwijana i stanowi dobrą motywację do oryginalnych badań. Doktorantka ma duże perspektywy i możliwości dalszych badań. Natomiast prezentowane w rozprawie wyniki należą do bardzo dobrych osiągnięć w poruszanej tematyce i żywo nawiązują do bieżących światowych badań, biorąc czynny udział w ich tworzeniu.

2. Wyniki

W pierwszym rozdziale pani mgr Jana Masaříková prowadzi bardzo eleganckie i wyczerpujące wprowadzenie we wszystkie tematy, które zbadała, by osiągnąć postawiony cel. Problem badawczy, którym się zajęła, dotyczył zbadania wpływu ograniczenia instancji w pewnych grafowych problemach obliczeniowo trudnych do dziedzicznych klas grafów, tak aby problem stał się wielomianowy, albo chociaż niewykładniczy.

W pierwszej kolejności rozważany jest problem maksymalnego zbioru niezależnego (w wariacie ważonym) w klasie grafów bez indukowanego lasu, gdzie każde drzewo ma co najwyżej trzy liście. Nadzieja na algorytm wielomianowy w klasie grafów bez $S_{t,t,t}$ kończy się strukturalnym wynikiem charakteryzującym tę klasę - twierdzenie 2, algorytmem podwykładniczym - twierdzenie 3 i pseudowielomianowym schematem aproksymacji - twierdzenie 4. Dowody tych twierdzeń stanowią treść rozdziału trzeciego, który jest w istocie pracą [150] ze spisu literatury. Ten wynik uważam za najciekawszy.

Następnie uwaga kieruje się na problem 3-kolorowania grafu bez dwóch indukowanych ścieżek P_4 , bowiem obok P_8 była to ostatnia nierozważana klasa grafów z zakazanym grafem na ośmiu wierzchołkach. Standardowo kłopotów technicznych przysporzył cykl C_5 , ale gdy graf nie zawiera takiego cyklu, to twierdzenie 5 podaje wielomianowe rozwiązanie. Jego dowód to treść rozdziału czwartego i pracy [129].

W kolejnym temacie badana jest szerokość klikowa w grafach zwanych atomami, czyli bez separatora będącego kliką. Wiele problemów grafowych w tym 3-kolorowanie i znajdowanie zbioru niezależnego ma bowiem tę własność, że jeśli dla pewnej dziedzicznej klasy grafów są wielomianowo rozwiązywalne na atomach, to są one również rozwiązywalne w całej klasie. W twierdzeniu 7 zostały omówione wszystkie pary, z wyjątkiem 18, zakazanych indukowanych podgrafów, które opisują klasę atomów z ograniczoną i nieograniczoną szerokością klikową. Natomiast w twierdzeniu 6 wskazano przykład klasy atomów z ograniczoną szerokością klikową, podczas gdy klasa grafów z zakazanymi tymi samymi podgrafami indukowanymi ma już nieograniczoną szerokość klikową. Rozdział piąty, czyli praca [75], zawiera dowody obu tych twierdzeń i kończy się omówieniem otwartych problemów opiewających pozostałe 18 przypadków. Poszczególne rozdziały kończące się otwartymi problemami powinny stanowić idealną motywację dla Autorki do samodzielnej pracy naukowej. Żywię nadzieję, że w przyszłości Kandydatka zmierzy się z nimi.

Chciałabym podkreślić, że już te trzy tematy wyczerpują wystarczająco postawiony cel rozprawy. Kolejne dwa rozdziały mniej pasują, w mojej opinii, do koncepcji pracy i niepotrzebnie rozbudowują rozprawę. Skłaniałabym się do ograniczenia różnorodności rozważanych tematów, w szczególności twierdzeń 8, 9 i 10, których dowody z prac [26] i [19] wypełniają rozdział 6 i odpowiednio 7.

Zasługuje na uznanie bardzo dobra konstrukcja pierwszego rozdziału z wyszczególnieniem osiągnięć, omówieniem istoty dowodów i pojawiających się trudności oraz metod radzenia sobie z nimi.

Rozdział drugi miał według Autorki zawierać definicje i oznaczenia. Dobrze byłoby się tutaj wesprzeć odwołaniem do jakiegoś podręcznika z teorii grafów czy złożoności obliczeniowej, gdzie można znaleźć podstawy. Uważam, że rozprawa doktorska powinna zawierać precyzyjnie sformułowane wszystkie definicje potrzebne do czytania rozprawy. W tym

przypadku czytelnik otrzymuje jedynie ponad stronę podstawowych definicji. Następnie pojawiają się fragmenty (składanka pewnych definicji) z różnych publikacji Kandydatki. Niestety brak jest ciągłości wprowadzenia pojęć. I tak na przykład nie wiadomo z tekstu co to jest graf przecięć (intersection graph) użyty w definicji grafu cięciwowego, ani co to jest graf łańcuchowy (chain graph) wykorzystany w definicji grafu kołańcuchowego. Trudno zatem z całą pewnością stwierdzić, czy Kandydatka umie zdefiniować od podstaw prawidłowo i kompletnie pewne skomplikowane pojęcia czy konstrukcje. Jest to ewidentnie najsłabsza strona rozprawy.

Podsumowanie

Warte docenienia jest, iż pani mgr Jana Masaříková przedłożyła rozprawę jako samodzielne dzieło, a nie skorzystała z możliwości zgłoszenia zbioru monotematycznych publikacji. Bezsprzecznie jest jasno postawiony cel a rezultaty badań stanowią oryginalne rozwiązanie tego problemu naukowego.

Ogólnie w omawianej rozprawie pojawia się wiele wątków, dużo wyników strukturalnej teorii grafów, z zastosowaniem w informatyce do poszukiwania „szybkich” algorytmów i schematów aproksymacji w problemach optymalizacyjnych. Praca zawiera bardzo dobrze napisane omówienie wyników wraz z motywacją i miejscem ich w badaniach prowadzonych na świecie. Wszystko to stanowi, że przedstawiona została bardzo solidna praca z informatyki i matematyki, z zaawansowanymi dowodami, opublikowanymi w dobrych i bardzo dobrych czasopiśmie i materiałach pokonferencyjnych. Nadto Kandydatka prowadzi te badania w wielu różnorodnych często międzynarodowych zespołach badawczych, współpracując z naukowcami wyznaczającymi kierunki rozwoju teorii we współczesnej nauce. Ubolewam, że zabrakło sił do rzetelnego wprowadzenia, doprecyzowania i omówienia definicji.

3. Metody

Metody zastosowane w dowodach są znane w literaturze. Wymagały jednak modyfikacji i dostosowania do konkretnych problemów. Na uwagę i uznanie zasługuje powtórnie mnogość różnych rozważonych tematów, z których każdy wymagał innych narzędzi i sposobu dedukcji. W każdej z pięciu prac (odpowiednio rozdziałów) Kandydatka zaznacza wyraźnie w jakiej pracy i kto wprowadził metodę dowodu, która wykorzystuje z współautorami w celu uzyskania nowego wyniku. Warto podkreślić też, że w pracy bardzo elegancko prowadzona jest narracja, tłumaczone są cele i sposoby ich osiągnięcia na tle znanych już wyników. Bardziej zawile momenty dowodów są też wsparte rysunkami. Przekonywać by to mogło, że Doktorantka ma wyśmienite wyczucie i ze swadą potrafi prezentować swoje umiejętności i wiedzę. Trudno mieć do tego jednak pełne przekonanie, gdy okazało się, iż Kandydatka jedynie zamieściła wersję z prac, nie dodając i nie uzupełniając wiele od siebie. Nawet szkic dowodu z pracy został w rozprawie szkicem dowodu twierdzenia 22. Tak jak pisałam wcześniej rozdziały 3-7 są kopią wersji opublikowanych prac [19], [26], [75], [129] i [150].

4. Publikacje

Kandydatka omawia w pracy nie tylko wyniki, które składają się na treść rozprawy, ale po krótko również pozostałe swoje współautorskie prace naukowe oraz wystąpienia konferencyjne zakończone publikacją pełnego tekstu lub rozszerzonego streszczenia. Łącznie w dorobku naukowym pani mgr Jana Masaříková posiada osiem publikacji w uznanych w informatyce teoretycznej czasopismach z tzw. listy ministerialnej A za 140, 100 i 70 punktów (poz. [19], [26], [27], [75], [129], [134], [136], [150]) oraz niezależnie cztery publikacje pokonferencyjne ([81], [93], [128], [133]). Dodatkowo jeden manuskrypt jest wysłany do recenzji [24], co potwierdza dalsze intensywne prowadzenie badań.

Jest to pokaźny dorobek na tak wczesnym etapie kariery naukowej. Bardzo cenię pracę zespołową, w bardzo różnych grupach badawczych z najlepszymi światowymi specjalistami w poruszanej tematyce. Brakuje jednak samodzielnej pracy, która byłaby dowodem zainteresowania się jednym z problemów otwartych i samodzielną próbą rozwiązania go.

5. Uwagi szczegółowe

- Brakuje autorów twierdzeń i pozycji literatury przy twierdzeniach, gdzie Kandydatka jest współautorem. Niestety z tekstu, szczególnie we wprowadzeniu nie zawsze wiadomo z której publikacji pochodzi wynik. Czytelne powołanie się na autorów jest na przykład w twierdzeniu 11, ale styl ten nie jest zachowany. Niekiedy pojawia się tylko pierwszy autor, a czasami tylko pozycja literatury.
- W streszczeniu w języku polskim pozostawiono spójniki i przyimki na końcu linii.
- Osobna numeracja hipotez, osobna twierdzeń i lematów bardzo utrudnia znajdowanie szukanych wyników. Przy tak obszernym dziele można byłoby numerację ograniczyć do rozdziałów. W przedstawionej formie tak są numerowane rysunki, co wprowadza niepotrzebnie inny styl.
- Przy definicjach problemów decyzyjnych i optymalizacyjnych na stronie 26 zastosowano styl potoczny, (...przez modyfikację $\leq k$ wierzchołków...), który nie powinien wystąpić w rozprawie doktorskiej.
- W kilku miejscach skopiowany jest numer stwierdzenia czy lematu, np. Claim 16.16., 20.20., 21.21, 86.86.

6. Konkluzja

Wyniki naukowe uzyskane przez panią mgr Janę Masaříková są oryginalne, reprezentują duży stopień trudności stosowanych różnorodnych narzędzi i stanowią istotny wkład we współczesną informatykę teoretyczną.

Podsumowując, przedłożoną rozprawę oceniam pozytywnie i wnioskuję o dopuszczenie Kandydatki do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Uważam, że w przedstawionej mi do oceny formie praca spełnia wszystkie ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim. W szczególności przedmiotem ocenianej rozprawy jest oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, a prezentowana ogólna wiedza teoretyczna Kandydatki w dyscyplinie informatyka przekonuje o umiejętności prowadzenia pracy naukowej.

Monika Pilśniak

Kraków, 5 stycznia 2025r.