

Wojciech Słomczyński  
Instytut Matematyki UJ  
Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków

Recenzja rozprawy doktorskiej Pana mgra Grzegorza Pierczyńskiego  
„Proportional participatory budgeting”

Co wyróżnia bardzo dobre rozprawy powstałe w *stosowanych* naukach matematycznych? Według mnie takich elementów jest kilka. Po pierwsze, powinny dotyczyć one *ważnego* i wciąż nierozwiązanego do końca problemu z zakresu zastosowań. Po drugie, zaproponowane rozwiązanie powinno być *realistyczne*, czyli możliwe do wdrożenia w praktyce (w szczególności w informatyce wymaga to na ogół wcześniejszej analizy jego *złożoności obliczeniowej*), a optymalne jest, żeby już zostało gdzieś w praktyce zastosowane, co zwykle wiąże się ze spełnieniem pozamatematycznego w zasadzie warunku *prostoty*. Po trzecie, zaproponowane rozwiązanie powinno być *uniwersalne*, czyli mieć możliwie szeroki zakres stosowalności. Po czwarte wreszcie, powinno być *konkurencyjne* wobec innych rozwiązań. W tym celu powinny zostać dokładnie zbadane własności tego rozwiązania, co pozwoliłoby na porównanie go z rywalizującymi z nim ewentualnie propozycjami. Idealnie byłoby, gdyby ta analiza przybrała postać *postulatów*, które musiałoby ono spełnić. Według mnie rozprawa mgra Pierczyńskiego wypełnia w zupełności te wszystkie warunki, co poniżej chciałbym uzasadnić.

Tematem tej rozprawy doktorskiej jest bowiem *budżet partycypacyjny* czyli wybór *komitetu* (podzbioru zbioru kandydatów nazywanych w badanej teorii *projektami*) przez *wyborców*, spełniającego dodatkowo *więzy budżetowe*: suma przypisanych *kosztów* projektów wchodzących w skład tego komitetu nie może przekroczyć z góry zadanej kwoty. Dokładniej zaś przedmiotem pracy jest uczynienie tego wyboru możliwie *proporcjonalnym* przy odpowiednim rozumieniu tego terminu, a w szczególności analiza metody głosowania prowadzącej do takiego właśnie wyboru i stanowiącej rozszerzenie *Metody Równych Udziałów* zaproponowanej zaledwie kilka lat temu przez Dominika Petersa z Université Paris Dauphine i Piotra Skowrona z Uniwersytetu Warszawskiego (promotora doktoratu) wraz z precyzyjnym zbadaniem jej własności i dokonanych już implementacji w świecie realnym.

Dodam, że zapoznanie się z życiorysem autora skłania mnie do postawienia tezy, że do napisania takiej rozprawy wiążącej humanistyczne zainteresowania (i dużo wcześniejsze sukcesy w tym zakresie) z biegłością w dziedzinie nauk matematycznych doktorant był szczególnie predystynowany.

Praca oparta jest na czterech wieloautorskich wystąpieniach konferencyjnych (za każdym razem jednym ze współautorów jest promotor). Co warte

podkreślenia (i w przypadku rozprawy doktorskiej nie tak częste) artykuły te były już w bardzo krótkim czasie wielokrotnie cytowane – wg bazy Google Scholar odpowiednio<sup>1</sup>: (1) – 101, (2) – 11, (3) – 7, (4) – 23 razy. Miejsce publikacji trzech z nich figuruje na liście ministerialnej recenzowanych konferencji międzynarodowych z 200 punktami. W tym, że są to prace wieloautorskie nie ma nic dziwnego: jasne jest, że doktorant już od czasu studiów działa w ramach większej i bardzo mocnej grupy badawczej. Dodam, że te cztery prace nie wyczerpują bynajmniej jego dotychczasowego dorobku, i że współpraca z innymi naukowcami odbywa się w różnych konfiguracjach, a autor kontynuuje wciąż badania z doktoratu, jak na przykład w pracach z końca zeszłego roku: arXiv:2307.06077v2 [cs.GT] i arXiv:2312.14723v1 [cs.GT].

Opis pracy doktorskiej, po dwóch częściach wstępnych, zaczyna się w oryginalny sposób w części trzeciej – opisem Metody Równych Udziałów za pomocą metafory: wyobrażamy sobie wybór konkretnego budżetu jako swoiście rozumiany rynek, gdzie gracze, początkowo równie zamożni, kupują wspólnie i sekwencyjnie (aż do wyczerpania pieniędzy) wybrane przez siebie projekty, przy czym tańsze projekty mają pierwszeństwo nad droższymi, a projekty o większym poparciu nad tymi o mniejszym; która cecha przeważa to już zależy od wybranej funkcji użyteczności. Ustalona wcześniej cena projektu jest w zasadzie dystrybuowana między wyborców proporcjonalnie do tego na ile jest on dla nich użyteczny. Dalej w tekście doktoratu ta intuicja przybiera postać Postulatu Wycenialności (*Priceability*). Muszę przyznać, że ujęcie tego stwierdzenia jako postulatu budzi pewne moje wątpliwości. Dla mnie jest to bowiem raczej cecha zaproponowanej metody, a nie warunek, którego spełnienia od niej wymagamy. W tej części autor prezentuje też trzy podstawowe przypadki funkcji użyteczności, a także dyskutuje problem wyczerpywalności (*exhaustiveness*) budżetu, gdyż w zasadzie możliwa jest sytuacja, że pozostaną środki, które wystarczyłyby na sfinansowanie jakichś jeszcze projektów, ale nie w kieszeniach tych wyborców, którzy na nie głosowali.

Oczywiście Metoda Równych Udziałów nie jest najprostszą, ani najbardziej powszechnie stosowaną metodą rozdzielania budżetu partycypacyjnego. Jest nią Metoda Zachłanna (*Utilitarian Greedy*). Dlaczego więc jest odrzucana przez autora i współpracowników? Dzieje się tak, bo nie spełnia ona, co widać w najprostszych nawet sytuacjach, warunku *proporcjonalności*. Chcielibyśmy mianowicie, żeby każda grupa wyborców miała wpływ na proporcjonalnie taką samą grupę wybranych projektów. Ze względu na to, że głosujący mogą, i to w rozmaity sposób, oddawać głosy na więcej niż jeden projekt, pojęcie proporcjonalności nietrywialne nawet w przypadku mniej złożonych wyborów nie jest jednoznaczne tym bardziej w tym przypadku. Trudność polega więc na wyborze metody z jednej strony na tyle prostej, żeby można było ją udanie zaimplementować, z drugiej strony zaś na tyle złożonej, żeby w rozsądnym znaczeniu można ją było uznać za proporcjonalną.

---

<sup>1</sup>Stosuję numerację Autora ze strony 6. rozprawy. Dane na 13.04.2024.

Czy Metodę Równych Udziałów można nazwać *prostą*? Pewnym argumentem przemawiającym za tym stwierdzeniem jest to, że udało się ją w krótkim stosunkowo czasie wdrożyć w trzech miejscach: dwóch polskich miastach Wieliczce i Świeciu oraz w szwajcarskim Aarau<sup>2</sup>. W Rozdziale 1.2 autor podaje argumenty, bardzo przekonujące, dlaczego metoda ta okazała się w tych przypadkach lepsza od powszechnie stosowanej Metody Zachłannej. Widać, że ta ostatnia nie rozwiązuje problemu budżetu obywatelskiego w satysfakcjonujący sposób, prowadząc często do bardzo niekorzystnego zjawiska *tyranii większości*. Problem więc przed ukazaniem się serii publikacji grupy, w której pracował doktorant można było śmiało uznać za *otwartą*.

Algorytm, który ją opisuje nie będzie już jednak zapewne dla każdego elementarny, więc przekonanie do niego niektórych użytkowników może nie być aż tak trywialnym zadaniem. Tym większe uznanie należy się jego twórcom, w tym doktorantowi, za entuzjastyczną próbę popularyzacji tej metody w sieci (<https://equalshares.net/>), artykułach popularnonaukowych (GP, Piotr Skowron, *Tyrania większości: Jak budżet partycypacyjny w Polsce dyskryminuje mniejszości*, Delta 11/2022), artykułach w Wikipedii ([https://electowiki.org/wiki/Method\\_of\\_Equal\\_Shares](https://electowiki.org/wiki/Method_of_Equal_Shares)) czy w wielu wystąpieniach konferencyjnych. Otwartą kwestią w zastosowaniach praktycznych jest też wybór funkcji użyteczności: nawet przy głosowaniu aprobowanym może być to bądź to użyteczność zależna tylko od samego faktu aprobaty, bądź też proporcjonalna do kosztu zaaprobowanego projektu (*cost-wise*). Należy zauważyć, że algorytm wymaga też jednak uzupełnienia go o metodę pozwalającą rozwiązać problem wyczerpywalności. Wybór tej metody nie jest już jednoznaczny. Autor porównuje empirycznie różne możliwe funkcje użyteczności i rozmaite uzupełnienia w przetworzonych danych dotyczących wielu polskich miast w Rozdziale 5, dochodząc do praktycznych konkluzji i rekomendacji, które mogą być kluczowe dla przyszłych decydentów. Dużą natomiast zaletą tej metody jest fakt, że jej złożoność obliczeniowa ma charakter wielomianowy (str. 24). Podsumowując, jestem skłonny uznać tę metodę za *stosunkowo prostą*, choć przewiduję, że mogą tu pojawić się i inne opinie<sup>3</sup>.

Metodę badaną przez doktoranta można również uznać za *uniwersalną*: w Rozdziale 1.3 podaje on inne potencjalnie możliwe przykłady jej zastosowania m.in. w dziedzinach takich jak wybory ciał kolegialnych, problem rozlokowania urządzeń użyteczności publicznej czy działanie wyszukiwarek sieciowych. Z kolei (po stronie teoretycznej) w Rozdziale 6 rozważa jej adaptację do przypadku *preferencji porządkowych*.

---

<sup>2</sup>Dotychczas Aarau kojarzyło mi się jedynie z poematem Juliusza Słowackiego „W Szwajcarii” (*W szwajcarskich górach jest jedna kaskada / gdzie Aar wody błękitny-mi spada...*)

<sup>3</sup>Zob. na przykład pracę doktorską z roku 2023 Kanava Mehry z University of Waterloo „Proportionality and Fairness in Voting and Ranking Systems” (rozdział 3.6.4: “Simple” vs. “Complex” Voting Rules).

Kluczowe miejsce w pracy zajmuje Rozdział 4. Autor uzasadnia tam dłaczego badana metoda zasługuje na miano proporcjonalnej i dłaczego wydaje się ona nie mieć konkurencji w świecie metod, które mogłyby uchodzić za proste i możliwe do użycia. W szczególności autor pokazuje w nietrywialnie dowodzonym Twierdzeniu 4.11, że Metoda Równych Udziałów spełnia postulat Proporcjonalności z Dokładnością do Jednego Projektu (*EJR-1*, *Extended Justified Representation up to one project*). Oznacza to zarazem, że spełnia ona postulat Proporcjonalności (*EJR*, *Extended Justified Representation*) dla głosowania aprobowanego w przypadku użyteczności zależnych od faktu aprobaty, gdyż wtedy postulaty *EJR* i *EJR-1* się pokrywają.

W drugiej części pracy (Rozdziały 7-9) doktorant uzasadnia szczegółowo czemu postulat proporcjonalności nie możemy zastąpić innym, mocniejszym. Są rozmaite powody. Najprostszy postulat, stabilność rdzenia (*core stability*) wykorzystuje znane z teorii gier kooperatywnych pojęcie rdzenia, inne plasują się pomiędzy nim a *EJR-1*. Ogólnie mówiąc wydaje się, że nawet jeżeli istnieje algorytm, który prowadzi do spełnienia mocniejszego postulatu proporcjonalności, to trudno go nazwać prostym: albo ze względu na jego dużą złożoność obliczeniową, albo skomplikowaną procedurę. Ta część pracy, można by ją nazwać *negatywną*, w odróżnieniu od pierwszej – *pozytywnej*, była według mnie pożyteczna, wręcz konieczna do wykonania, ale nieco mniej ciekawa. Trochę jak w czasie odkryć geograficznych znalezienie nowego skrawka lądu uważano za większe osiągnięcie niż bezowocne błądzenie po oceanie jedynie po to, aby się przekonać, że nie ma w danym obszarze żadnej wyspy, mimo że oba rejsy wносиły coś do stanu wiedzy geograficznej.

W czasie lektury nasunęło mi się jeszcze następujące pytanie. Wiadomo powszechnie, że szczególnie wdzięcznym obszarem zastosowania awangardowych pomysłów w teorii wyboru społecznego jest sfera akademicka: uczelnie i towarzystw naukowych. Wiemy też, że wiele uniwersytetów w Polsce i na świecie ma już budżety partycypacyjne<sup>4</sup>. Może w tym obszarze należy podjąć się kolejnych prób implementacji Metody Równych Udziałów?

Praca jest bardzo starannie napisana, znalazłem tylko drobne niezgodności w oznaczeniach wynikające prawdopodobnie z faktu „sklejania” treści z kilku artykułów. Ponadto zawiera mnóstwo starannie dobranych przykładów i rysunków ułatwiających lekturę. Dowody, na ile mogłem ocenić, choć w większości nie bardzo trudne technicznie (ale taka jest też specyfika dziedziny), są poprawnie poprowadzone.

---

<sup>4</sup>Wymieńmy przykładowo:

<https://budzet.cm-uj.krakow.pl/>

[https://pg.edu.pl/budzet\\_obywatelski/](https://pg.edu.pl/budzet_obywatelski/)

<https://www.wroclaw.pl/akademicki-wroclaw/uczelnie-maja-swoje-budzety-partycypacyjne>

<https://4zul.pl/akademicki-budzet-partycypacyjny-2024-zgloszone-projekty/>

<https://wmich.edu/gsa/funding/pb>

<https://www.ualg.pt/en/participatory-budget>

Podsumowując, uważam, że rozprawa doktorska Pana mgra Grzegorza Pierczyńskiego stanowi rozwiązanie oryginalnego problemu naukowego i dowodzi, że posiada on wystarczającą wiedzę w zakresie nauk ścisłych i przyrodniczych, w dyscyplinie informatyka, konieczną do prowadzenia samodzielnej pracy naukowej. Tym samym spełnia ona ustawowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim. Dlatego wnoszę o dopuszczenie jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego. Ze względu na to, że cała rozprawa wskazuje na dużą dojrzałość naukową Autora, jest dobrze zredagowana i dotyczy istotnej oraz bardzo aktualnej tematyki wnoszę też o stosowne wyróżnienie jej przez Radę Naukową Dyscyplin Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Warszawskiego.

*Wojciech Stomczyński*

