

## Kolokwium z Rachunku Prawdopodobieństwa I

gr.I, 21 kwietnia 2008

1. W klasie uczy się 7 dziewczynek i 13 chłopców. Na każdej lekcji nauczyciel pyta losowo wybranych 2 chłopców i 1 dziewczynkę (na każdej lekcji wybory są dokonywane niezależnie). Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję liczby dzieci przepytanych w ciągu 7 kolejnych lekcji.
2. Liczba jajeczek złożonych przez owada ma rozkład Poissona z parametrem 5. Z każdego jajeczka z prawdopodobieństwem 0.8 wykluwa się owad.
  - a) Jakie jest prawdopodobieństwo wyklucia się dokładnie  $k$  owadów?
  - b) Wiemy, że z jajeczek wykluły się 4 owady. Jakie jest prawdopodobieństwo, że owad złożył więcej niż 4 jajeczka?
3. Zmienne  $X, Y$  i  $Z$  są niezależne i mają standardowy rozkład normalny  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Dla  $t \in \mathbb{R}$  określmy  $f(t) := \mathbf{E} \exp(t(X + 2Y - Z)^2)$ .
  - a) Dla jakich  $t$ ,  $f(t) < \infty$ ?
  - b) Oblicz  $f(t)$ .
4. Zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na przedziale  $[0, 2]$ . Znajdź rozkład zmiennej  $\sqrt{X} + \sqrt{Y}$ .
5. Niech  $f$  będzie losowo wybraną funkcją niemalejącą ze zbioru  $\{1, 2, \dots, 10\}$  w siebie. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że
  - a)  $f(1) = 2$ ,
  - b)  $f(1) = f(2)$ ,
  - c) funkcja  $f$  przyjmuje wartość 5.
6. Zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne, przyjmują wartości naturalne oraz  $X + Y$  ma rozkład dwumianowy z parametrami  $n$  i  $p$ . Czy  $X$  też musi mieć rozkład dwumianowy?

## Kolokwium z Rachunku Prawdopodobieństwa I

gr.II, 21 kwietnia 2008

1. Zmienne  $X, Y$  i  $Z$  są niezależne i mają standardowy rozkład normalny  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Dla  $t \in \mathbb{R}$  określmy  $f(t) := \mathbf{E} \exp(t(X - 3Y + Z)^2)$ .
  - a) Dla jakich  $t$ ,  $f(t) < \infty$ ?
  - b) Oblicz  $f(t)$ .
2. Zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na przedziale  $[0, 1]$ . Znajdź rozkład zmiennej  $\sqrt{3}X + \sqrt{3}Y$ .
3. W klasie uczy się 6 dziewczynek i 13 chłopców. Na każdej lekcji nauczyciel pyta losowo wybranych 2 chłopców i 1 dziewczynkę (na każdej lekcji wybory są dokonywane niezależnie). Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję liczby dzieci przepytanych w ciągu 6 kolejnych lekcji.
4. Niech  $f$  będzie losowo wybraną funkcją niemalejącą ze zbioru  $\{1, 2, \dots, 8\}$  w siebie. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że
  - a)  $f(1) = 1$ ,
  - b)  $f(1) = f(2)$ ,
  - c) funkcja  $f$  przyjmuje wartość 4.
5. Liczba jajeczek złożonych przez owada ma rozkład Poissona z parametrem 4. Z każdego jajeczka niezależnie z prawdopodobieństwem  $3/4$  wykluwa się owad.
  - a) Jakie jest prawdopodobieństwo wyklucia się dokładnie  $k$  owadów?
  - b) Wiemy, że z jajeczek wykluły się 3 owady. Jakie jest prawdopodobieństwo, że owad złożył więcej niż 3 jajeczka?
6. Zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne, przyjmują wartości naturalne oraz  $X + Y$  ma rozkład dwumianowy z parametrami  $n$  i  $p$ . Czy  $X$  też musi mieć rozkład dwumianowy?