

Kolokwium z Rachunku Prawdopodobieństwa

grupa I, 11 kwietnia 2005

1. Zmienne X i Y są niezależne i mają rozkład Poissona z parametrem 5. Oblicz $\mathbb{E}e^{2X-3Y}$.
2. W szafce znajduje się 15 różnych par butów. Z szafki na chybił trafił wyciągnięto 10 butów. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję liczby par butów, które znajdują się wśród wyciągniętych butów.
3. Przy okrągłym stole w sposób losowy posadzono 10 kobiet i 20 mężczyzn. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne dwie kobiety nie siedzą obok siebie?
4. Niech X i Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(0, 1)$. Czy zmienna $Z = |X - 2Y|^{-1}$ ma rozkład ciągły? Jeśli tak, to znajdź jej gęstość.
5. Dwaj gracze grają w orła i reszkę symetryczną monetą, stawka wynosi 1 złoty, na początku gry każdy z graczy ma po 10 złotych, gra się kończy, gdy któryś z graczy pozostaje bez pieniędzy. Okazało się, że grę wygrał pierwszy gracz, jakie jest prawdopodobieństwo, że dobrze obstawił on wynik pierwszego rzutu?
6. Zmienne $X, Y, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ są niezależne, przy czym X i Y mają rozkład jednostajny na przedziale $[0, 5]$, a ε_1 i ε_2 symetryczny Bernoulliego tzn. $\mathbb{P}(\varepsilon_i = \pm 1) = 1/2$. Znajdź rozkłady zmiennych losowych $\varepsilon_1 X$ i $\varepsilon_1 X + \varepsilon_2 Y$.
7. Jaki rozkład ma zmienna $X - Y$, jeśli X i Y są niezależnymi zmiennymi o rozkładzie geometrycznym z parametrem p ?

Należy wybrać do rozwiązywania 6 spośród powyższych zadań. Wszystkie zadania będą oceniane w skali 0-10.

Kolokwium z Rachunku Prawdopodobieństwa

grupa II, 11 kwietnia 2005

1. Zmienne $X, Y, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ są niezależne, przy czym X i Y mają rozkład jednostajny na przedziale $[-2, 0]$, a ε_1 i ε_2 symetryczny Bernoulliego tzn. $\mathbb{P}(\varepsilon_i = \pm 1) = 1/2$. Znajdź rozkłady zmiennych losowych $\varepsilon_1 X$ i $\varepsilon_1 X + \varepsilon_2 Y$.
2. Zmienne X i Y są niezależne i mają rozkład Poissona z parametrem 2. Oblicz $\mathbb{E}e^{X-5Y}$.
3. W szafce znajduje się 20 różnych par butów. Z szafki na chybił trafił wyciągnięto 15 butów. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję liczby par butów, które znajdują się wśród wyciągniętych butów.
4. Jaki rozkład ma zmienna $|X - Y|$, jeśli X i Y są niezależnymi zmiennymi o rozkładzie geometrycznym z parametrem p ?
5. Przy okrągłym stole w sposób losowy posadzono 8 kobiet i 17 mężczyzn. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne dwie kobiety nie siedzą obok siebie?
6. Dwaj gracze grają w orła i reszkę symetryczną monetą, stawka wynosi 1 złoty, na początku gry każdy z graczy ma po 15 złotych, gra się kończy, gdy któryś z graczy pozostaje bez pieniędzy. Okazało się, że grę wygrał pierwszy gracz, jakie jest prawdopodobieństwo, że dobrze obstawił on wynik pierwszego rzutu?
7. Niech X i Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(0, 1)$. Czy zmienna $Z = (X - 3Y)^{-2}$ ma rozkład ciągły? Jeśli tak, to znajdź jej gęstość.

Należy wybrać do rozwiązywania 6 spośród powyższych zadań. Wszystkie zadania będą oceniane w skali 0-10.