

### Kartkówka 3

gr.1, 10 grudnia 2019

1. Ciąg  $(M_n, \mathcal{F}_n)_{n \geq 0}$  jest martyngałem takim, że  $M_0 = 3$  oraz  $|M_{n+1} - M_n| \leq 3$  p.n. dla wszystkich  $n$ . Wykaż, że  $(M_n^2 - 9n, \mathcal{F}_n)$  jest nadmartyngałem.
2. Zmienne  $X_1, X_2, \dots$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na  $[-2, 4]$ . Określmy  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  i  $\tau := \inf\{n \geq 1: X_n \leq 0\}$ . Oblicz  $\mathbf{E}S_\tau$ .

### Kartkówka 3

gr.2, 10 grudnia 2019

1. Zmienne  $X_1, X_2, \dots$  są niezależne i mają rozkład jednostajny na  $[-1, 5]$ . Określmy  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  i  $\tau := \inf\{n \geq 1: X_n \geq 0\}$ . Oblicz  $\mathbf{E}S_\tau$ .
2. Ciąg  $(M_n, \mathcal{F}_n)_{n \geq 0}$  jest martyngałem takim, że  $M_0 = -5$  oraz  $|M_{n+1} - M_n| \leq 5$  p.n. dla wszystkich  $n$ . Wykaż, że  $(M_n^2 - 25n, \mathcal{F}_n)$  jest nadmartyngałem.