

### KARTKÓWKA 3 grupa I , 4 grudnia 2000

1. Zmienne  $X, Y$  są niezależne i mają rozkład eksponencjalny z parametrem 2. Znajdź funkcje charakterystyczną zmiennej  $3X - 2Y$ .
2. W pewnych wyborach głosowało 10 milionów wyborców. Każdy wyborca głosował z prawdopodobieństwem 0.45 na kandydata B, z prawdopodobieństwem 0.45 na kandydata G, a z prawdopodobieństwem 0.1 na jednego z innych kandydatów. Zakładając, że wyborcy głosowali niezależnie oszacuj prawdopodobieństwo tego, że kandydat B uzyska o ponad 1000 głosów więcej niż G.

### KARTKÓWKA 3 grupa II 4 grudnia 2000

1. W pewnych wyborach głosowało 5 milionów wyborców. Każdy wyborca głosował z prawdopodobieństwem 0.4 na kandydata B, z prawdopodobieństwem 0.4 na kandydata G, a z prawdopodobieństwem 0.2 na jednego z innych kandydatów. Zakładając, że wyborcy głosowali niezależnie oszacuj prawdopodobieństwo tego, że kandydat B uzyskał o ponad 500 głosów więcej niż G.
2. Zmienne  $X, Y$  są niezależne i mają rozkład eksponencjalny z parametrem 5. Znajdź funkcje charakterystyczną zmiennej  $4X - Y$ .

### Krótkie Odpowiedzi

- grupa I:

$$1. \varphi_{3X-2Y}(t) = \varphi_X(3t)\varphi_Y(-2t) = \frac{4}{(2-3it)(2+2it)}.$$

2. Przedstawiamy różnicę między liczbą głosów oddanych na B i G jako  $S = \sum_{n=1}^{10^7} X_i$ , gdzie  $EX_i = 0$ ,  $D^2(X_i) = 0.9$ , stąd z Centralnego Twierdzenia Granicznego szacujemy szukane prawdopodobieństwo  $P(S \geq 1000) \sim 1 - \Phi(\frac{1}{3})$

- grupa II:

1. Przedstawiamy różnicę między liczbą głosów oddanych na B i G jako  $S = \sum_{n=1}^{5 \cdot 10^6} X_i$ , gdzie  $EX_i = 0$ ,  $D^2(X_i) = 0.8$ , stąd z Centralnego Twierdzenia Granicznego szacujemy szukane prawdopodobieństwo  $P(S \geq 500) \sim 1 - \Phi(\frac{1}{4})$

$$2. \varphi_{4X-Y}(t) = \varphi_X(4t)\varphi_Y(-t) = \frac{25}{(5-4it)(5+it)}.$$