

KARTKÓWKA 1 grupa I , 9 marca 2000

1. Które z poniższych zbiorów należą do σ -ciała cylindrycznego \mathcal{F}^T dla $T = [0, \infty)$?

a) $A = \{f : [0, \infty) \rightarrow R : \sup_{x \in Q \cap [0, \infty)} |f(x+1) - f(x)| \leq 1\}$

b) $B = \{f : [0, \infty) \rightarrow R : \sup_{x \in [0, \infty)} |f(x+1) - f(x)| \leq 1\}$,

gdzie Q oznacza zbiór liczb wymiernych.

2. Niech $X_t = N_t - \lambda t$ gdzie N_t jest procesem Poissona z parametrem (intensywnością) $\lambda > 0$.
- a) Wykaż, że $EX_t = 0$, $\text{Cov}(X_t, X_s) = \lambda \min(t, s)$ dla $s, t \geq 0$
- b) Dla $\lambda = 1$ proces X_t ma takie same funkcje wartości średniej i kowariancji co proces Wienera W_t . Czy to znaczy, że oba te procesy mają te same rozkłady?

KARTKÓWKA 1 grupa II 9 marca 2000

1. Niech $X_t = \frac{1}{\lambda} N_t - t$ gdzie N_t jest procesem Poissona z parametrem (intensywnością) $\lambda > 0$.
- a) Wykaż, że $EX_t = 0$, $\text{Cov}(X_t, X_s) = \frac{1}{\lambda} \min(t, s)$ dla $s, t \geq 0$
- b) Dla $\lambda = 1$ proces X_t ma takie same funkcje wartości średniej i kowariancji co proces Wienera W_t . Czy to znaczy, że oba te procesy mają te same rozkłady?
2. Które z poniższych zbiorów należą do σ -ciała cylindrycznego \mathcal{F}^T dla $T = [0, 1]$?

a) $A = \{f : [0, 1] \rightarrow R : \sup_{x \in [0, 1]} |x^2 f(x)| \leq 1\}$

b) $B = \{f : [0, 1] \rightarrow R : \sup_{x \in Q \cap [0, 1]} |x^2 f(x)| \leq 1\}$,

gdzie Q oznacza zbiór liczb wymiernych.