

Kartkówka 4

gr.1, 25 stycznia 2015

1. Niech $(W_t)_{t \geq 0}$, $(\mathbb{P}_x)_{x \in \mathbb{R}}$ będzie rodziną Wienera. Wykaż, że proces $X_t = 2W_t + 5t$ jest względem $(\mathbb{P}_x)_{x \in \mathbb{R}}$ procesem dyfuzji oraz znajdź operator tworzący L dla tego procesu.
2. Niech $(X_t)_{t \geq 0}$, $(\mathbb{P}_x)_{x \in \{1,2,3\}}$ będzie jednorodną rodziną Markowa o wartościach w trój-elementowej przestrzeni stanów $\{1, 2, 3\}$, prawostronnie ciągłych trajektoriach i generatorze infinitezymalnym

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Niech $\tau := \inf\{t \geq 0: X_t = 1\}$. Oblicz $\mathbb{E}_2\tau$.

Kartkówka 4

gr.2, 25 stycznia 2015

1. Niech $(X_t)_{t \geq 0}$, $(\mathbb{P}_x)_{x \in \{1,2,3\}}$ będzie jednorodną rodziną Markowa o wartościach w trój-elementowej przestrzeni stanów $\{1, 2, 3\}$, prawostronnie ciągłych trajektoriach i generatorze infinitezymalnym

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Niech $\tau := \inf\{t \geq 0: X_t = 3\}$. Oblicz $\mathbb{E}_1\tau$.

2. Niech $(W_t)_{t \geq 0}$, $(\mathbb{P}_x)_{x \in \mathbb{R}}$ będzie rodziną Wienera. Wykaż, że proces $X_t = 5W_t + 2t$ jest względem $(\mathbb{P}_x)_{x \in \mathbb{R}}$ procesem dyfuzji oraz znajdź operator tworzący L dla tego procesu.