

### Kartkówka 4

gr I, 22 stycznia 2007

1. Niech  $B$  będzie procesem Wienera na  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ . Znajdź miarę probabilistyczną  $\mathbf{Q}$  dla której  $W_t = B_t - \int_0^t \sin(B_s + s) ds$  jest procesem Wienera na  $[0, 5]$ . Wypisz równanie stochastyczne, którego słabym rozwiązaniem (na przestrzeni  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{Q})$ ) jest  $(B, W)$ .
2. a) Czy istnieje proces o wahaniu ograniczonym  $A = (A_t)_{t \geq 0}$  taki, że  $M_t = |W_t - 1| - A_t$  jest martyngałem lokalnym na  $[0, \infty)$ ? Jeśli tak, to ile wynosi  $\langle M \rangle_t$ ?  
b\*) Czy proces  $|W_t - 1|^{3/2}$  jest semimartyngałem?

### Kartkówka 4

gr II, 22 stycznia 2007

1. a) Czy istnieje proces o wahaniu ograniczonym  $A = (A_t)_{t \geq 0}$  taki, że  $M_t = |W_t + 2| - A_t$  jest martyngałem lokalnym na  $[0, \infty)$ ? Jeśli tak, to ile wynosi  $\langle M \rangle_t$ ?  
b\*) Czy proces  $|W_t + 2|^{3/2}$  jest semimartyngałem?
2. Niech  $B$  będzie procesem Wienera na  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ . Znajdź miarę probabilistyczną  $\mathbf{Q}$  dla której  $W_t = B_t - \int_0^t \cos(sB_s) ds$  jest procesem Wienera na  $[0, 2]$ . Wypisz równanie stochastyczne, którego słabym rozwiązaniem (na przestrzeni  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{Q})$ ) jest  $(B, W)$ .