

### Kartkówka 3

gr.1, 27 maja 2008

1. Czy proces  $(W_{2t}^3)_{t \geq 0}$  jest procesem Markowa? Jeśli tak, to znajdź funkcję przejścia.
2. Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $a, b, c, d$  takie, że na dwuelementowej przestrzeni stanów istnieje jednorodna rodzina Markowa z macierzami przejścia

$$P^t = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} a + be^{-3t} & c + de^{-3t} \\ 4 - 4e^{-3t} & 3 + 4e^{-3t} \end{pmatrix}.$$

- 3\* Załóżmy, że  $X_t$  jest jednorodnym procesem Markowa z funkcją przejścia  $P_t$  taką, że dla  $\Gamma \subset \mathbb{R}$  symetrycznych (tzn.  $-\Gamma = \Gamma$ ),  $P_t(x, \Gamma) = P_t(-x, \Gamma)$  dla wszystkich  $x$ . Wykaż, że wówczas  $X_t^2$  też jest procesem Markowa.

### Kartkówka 3

gr.2, 27 maja 2008

1. Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $a, b, c, d$  takie, że na dwuelementowej przestrzeni stanów istnieje jednorodna rodzina Markowa z macierzami przejścia

$$P^t = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 4 + 3e^{-5t} & 3 - 3e^{-5t} \\ a + be^{-5t} & c + de^{-5t} \end{pmatrix}.$$

2. Czy proces  $(W_{t/2}^5)_{t \geq 0}$  jest procesem Markowa? Jeśli tak, to znajdź funkcję przejścia.
- 3\* Załóżmy, że  $X_t$  jest jednorodnym procesem Markowa z funkcją przejścia  $P_t$  taką, że dla  $\Gamma \subset \mathbb{R}$  symetrycznych (tzn.  $-\Gamma = \Gamma$ ),  $P_t(x, \Gamma) = P_t(-x, \Gamma)$  dla wszystkich  $x$ . Wykaż, że wówczas  $X_t^2$  też jest procesem Markowa.