

Kartkówka 2

gr.I, 4 kwietnia 2006

1. Proces $(X_t)_{t \geq 0}$ ma średnią zero i przyrosty niezależne oraz $\text{Var}(X_t) = \sqrt{1+t}$. Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu $X_t - t$.
2. $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim takim, że dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ zachodzi

$$\text{Var}(X_t - X_s) \leq 3|t - s|^{2/5}.$$

- a) Wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ ma modyfikację o ciągłych trajektoriach.
- b) Co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?
- c*) Dla jakich $p \geq 1$, X_t jest ciągły w L^p ?

Kartkówka 2

gr.II, 4 kwietnia 2006

1. $(X_t)_{t \in [2,4]}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim takim, że dla wszystkich $t, s \in [2, 4]$ zachodzi

$$\text{Var}(X_t - X_s) \leq 2|t - s|^{3/7}.$$

- a) Wykaż, że $(X_t)_{t \in [2,4]}$ ma modyfikację o ciągłych trajektoriach.
 - b) Co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?
 - c*) Dla jakich $p \geq 1$, X_t jest ciągły w L^p ?
2. Proces $(X_t)_{t \geq 0}$ ma średnią zero i przyrosty niezależne oraz $\text{Var}(X_t) = e^t$. Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu $X_t - t$.

Kartkówka 2

gr.I, 4 kwietnia 2006

1. Niech $(N_t)_{t \geq 0}$ będzie procesem Poissona z intensywnością λ , a $X_t = \frac{N_t}{\lambda} - t$.
 - a) Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu X .
 - b) Dla $\lambda = 1$ funkcja kowariancji i wartości średniej procesu X są takie same jak dla procesu Wienera. Czy oznacza to, że oba procesy mają takie same rozkłady? Odpowiedź uzasadnij.
2. $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim takim, że dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ zachodzi

$$\text{Var}(X_t - X_s) \leq 2|t - s|^{2/7}.$$

- a) Wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ ma modyfikację o ciągłych trajektoriach.
- b) Co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?
- c*) Dla jakich $p \geq 1$, X jest ciągły w L^p ?

Kartkówka 2

gr.II, 4 kwietnia 2006

1. $(X_t)_{t \in [0,1]}$ jest scentrowanym procesem gaussowskim takim, że dla wszystkich $t, s \in [0, 1]$ zachodzi

$$\text{Var}(X_t - X_s) \leq 5|t - s|^{3/8}.$$

- a) Wykaż, że $(X_t)_{t \in [0,1]}$ ma modyfikację o ciągłych trajektoriach.
 - b) Co można powiedzieć o hölderowskości trajektorii tej modyfikacji?
 - c*) Dla jakich $p \geq 1$, X jest ciągły w L^p ?
2. Niech $(N_t)_{t \geq 0}$ będzie procesem Poissona z intensywnością λ , a $X_t = N_t - \lambda t$.
 - a) Znajdź funkcję kowariancji i wartości średniej procesu X .
 - b) Dla $\lambda = 1$ funkcja kowariancji i wartości średniej procesu X są takie same jak dla procesu Wienera. Czy oznacza to, że oba procesy mają takie same rozkłady? Odpowiedź uzasadnij.