

## Kartkówka 2

gr I, 20 listopada 2006

1. Niech  $\tau := \inf\{t > 0: \int_0^t W_s^6 ds = 4\}$  oraz  $X := \int_0^\tau W_s^3 dW_s$ . Oblicz  $\mathbf{E}X$  oraz  $\mathbf{E}X^2$ .
2. Czy istnieje funkcja  $f$  taka, że proces

$$Y_t := \left( \int_0^t e^{W_s} dW_s \right) \left( \int_0^t e^{-W_s} dW_s \right) - f(t)$$

jest martyngałem? Odpowiedź uzasadnij.

- 3\* Załóżmy, że  $X \in \Lambda_\infty^2$  jest taki, że  $\mathbf{E} \int_0^\infty X_s^2 ds = \infty$ . Wykaż, że

$$\mathbf{E} \sup_t \left( \int_0^t X_s dW_s \right)^2 = \infty.$$

## Kartkówka 2

gr II, 20 listopada 2006

1. Czy istnieje funkcja  $f$  taka, że proces

$$Y_t := \left( \int_0^t 2^{W_s} dW_s \right) \left( \int_0^t 2^{-W_s} dW_s \right) - f(t)$$

jest martyngałem? Odpowiedź uzasadnij.

2. Niech  $\tau := \inf\{t > 0: \int_0^t W_s^8 ds = 5\}$  oraz  $X := \int_0^\tau W_s^4 dW_s$ . Oblicz  $\mathbf{E}X$  oraz  $\mathbf{E}X^2$ .

- 3\* Załóżmy, że  $X \in \Lambda_\infty^2$  jest taki, że  $\mathbf{E} \int_0^\infty X_s^2 ds = \infty$ . Wykaż, że

$$\mathbf{E} \sup_t \left( \int_0^t X_s dW_s \right)^2 = \infty.$$