

Kartkówka 1

gr.1, 7 listopada 2011

1. Niech $(W_t)_{t \geq 0}$ będzie procesem Wienera. Znajdź wszystkie liczby $a > 0$ i $b, c \in \mathbb{R}$ takie, że $(b(2+t)W_{a/(2+t)} - cW_{a/2})_{t \geq 0}$ jest procesem Wienera.
2. Proces $(X_t)_{t \in [0,2]}$ jest gaussowski, ma średnią zero oraz $\text{Var}(X_t - X_s) \leq 10(t-s)^{1/5}$. Wykaż, że proces X ma modyfikację ciągłą. Co można powiedzieć o hölderowskości jego trajektorii?
- 3* Wykaż, że prawie wszystkie trajektorie ruchu Browna są niemonotoniczne na każdym przedziale, tzn.

$$\mathbf{P}(\exists_{0 \leq a < b} t \rightarrow W_t \text{ monotoniczne na } [a, b]) = 0.$$

Kartkówka 1

gr.2, 7 listopada 2011

1. Proces $(X_t)_{t \in [1,4]}$ jest gaussowski, ma średnią zero oraz $\text{Var}(X_t - X_s) \leq 4(t-s)^{1/6}$. Wykaż, że proces X ma modyfikację ciągłą. Co można powiedzieć o hölderowskości jego trajektorii?
2. Niech $(W_t)_{t \geq 0}$ będzie procesem Wienera. Znajdź wszystkie liczby $a > 0$ i $b, c \in \mathbb{R}$ takie, że $(b(1+t)W_{2a/(1+t)} - cW_{2a})_{t \geq 0}$ jest procesem Wienera.
- 3* Wykaż, że prawie wszystkie trajektorie ruchu Browna są niemonotoniczne na każdym przedziale, tzn.

$$\mathbf{P}(\exists_{0 \leq a < b} t \rightarrow W_t \text{ monotoniczne na } [a, b]) = 0.$$