

Kartkówka 2

gr.I, 30 maja 2006

1. Funkcje $(f_n(t))_{n \geq 0}$ stanowią bazę ortonormalną przestrzeni $L^2[0, 1]$. Niech $g_n(t) := f_n(2t)I_{[0, 1/2]}(t)$.
 - a) Czy układ $(g_n)_{n \geq 0}$ jest ortogonalny w $L^2[0, 1]$. Czy jest ortonormalny?
 - b) Czy jest to układ zupełny?
 - c) Oblicz $\|\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} g_n\|$.
2. Znajdź rzut funkcji $f(t) = \frac{1}{t}$ na przestrzeń rozpiętą przez funkcje $f_1(t) = 1$ i $f_2(t) = t$ w $L^2[1, 2]$.

Kartkówka 2

gr.II, 30 maja 2006

1. Znajdź rzut funkcji $f(t) = \frac{1}{t+1}$ na przestrzeń rozpiętą przez funkcje $f_1(t) = 1$ i $f_2(t) = t$ w $L^2[0, 1]$.
2. Funkcje $(f_n(t))_{n \geq 0}$ stanowią bazę ortonormalną przestrzeni $L^2[-1, 1]$. Niech $g_n(t) := f_n(3t)I_{[-1/3, 1/3]}(t)$.
 - a) Czy układ $(g_n)_{n \geq 0}$ jest ortogonalny w $L^2[-1, 1]$. Czy jest ortonormalny?
 - b) Czy jest to układ zupełny?
 - c) Oblicz $\|\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} g_n\|$.