

### Kartkówka 1

gr.1, 29 października 2007

1. Przestrzenie  $(X, \|\cdot\|_1)$  oraz  $(Y, \|\cdot\|_2)$  są przestrzeniami Banacha. Wykaż, że wzór  $\|(x, y)\| = \|x\|_1 + \|y\|_2$  zadaje normę na  $X \times Y$  oraz  $X \times Y$  z tą normą jest przestrzenią Banacha.
2. Wykaż, że operator  $T$  dany wzorem  $T((x_n)_{n \geq 1}) = ((-\frac{1}{2})^n x_n)_{n \geq 1}$  jest ciągłym operatorem z  $c_0$  w  $l_3$ . Ile wynosi jego norma?

### Kartkówka 1

gr.2, 29 października 2007

1. Wykaż, że operator  $T$  dany wzorem  $T((x_n)_{n \geq 1}) = ((-\frac{1}{3})^n x_n)_{n \geq 1}$  jest ciągłym operatorem z  $c_0$  w  $l_2$ . Ile wynosi jego norma?
2. Przestrzenie  $(X, \|\cdot\|_1)$  oraz  $(Y, \|\cdot\|_2)$  są przestrzeniami Banacha. Wykaż, że wzór  $\|(x, y)\| = \max\{\|x\|_1, \|y\|_2\}$  zadaje normę na  $X \times Y$  oraz  $X \times Y$  z tą normą jest przestrzenią Banacha.

### Kartkówka 1

gr.3, 29 października 2007

1. Niech  $c_{00}$  będzie przestrzenią wszystkich ciągów, które mają tylko skończenie wiele wyrazów niezerowych. Wykaż, że wzór  $\|(x_n)\| = \sup_n |n^2 x_n|$  zadaje normę na  $c_{00}$ . Czy  $c_{00}$  z tą normą jest przestrzenią Banacha?
2. Wykaż, że operator  $T$  dany wzorem  $Tf(x) = \int_0^x (y-1)f(y)dy$  jest ciągłym operatorem z  $C[0, 2]$  w  $C[0, 2]$ . Ile wynosi jego norma?

### Kartkówka 1

gr.4, 29 października 2007

1. Wykaż, że operator  $T$  dany wzorem  $Tf(x) = \int_0^x (y-3)f(y)dy$  jest ciągłym operatorem z  $C[0, 4]$  w  $C[0, 4]$ . Ile wynosi jego norma?
2. Niech  $c_{00}$  będzie przestrzenią wszystkich ciągów, które mają tylko skończenie wiele wyrazów niezerowych. Wykaż, że wzór  $\|(x_n)\| = \sup_n |nx_n|$  zadaje normę na  $c_{00}$ . Czy  $c_{00}$  z tą normą jest przestrzenią Banacha?