Zadania z RP1. Seria 2. **Kombinatoryka**

1. Jak to policzyć?

1. **Wariacja z powtórzeniami A_n^m.** Dowolne funkcje ze zbioru $\{1,2,...,m\}$ w zbiór $\{1,...,n\}$, $A_n^m = n^m$.

2. **Wariacja bez powtórzeń V_n^m.** Funkcje różnowartościowe ze zbioru $\{1,...,m\}$ w zbiór $\{1,2,...,n\}$, $m \leqslant n$, $V_n^m = n(n-1)...(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$.

3. **Permutacja P_n.** Funkcje ze zbioru $\{1,...,n\}$ na zbiór $\{1,...,n\}$, $P_n = n!$.

4. **Kombinacja C_n^m.** Podzbiory m elementowe w zbiorze n elementowym, $C_n^m = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

5. **Kombinacja z powtórzeniami.** Funkcje niemalejące ze zbioru $\{1,2,...,m\}$ w zbiór $\{1,2,...,n\}$. Jest ich $\binom{n+m-1}{m} = \binom{n+m-1}{n-1}$.

6. **Podział.** Podziały zbioru n-elementowego na m-części zawierających $r_1,...,r_m$ elementów ($r_1 + ... + r_m = n$). Jest ich $\frac{n!}{r_1!...r_m!}$.

Zad 1 *Cyfry* $0,1,2,...,9$ *ustawiono losowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że*

1. *Między* 0 *i* 1 *znajdą się dokładnie* 4 *cyfry?*

2. $7,8,9$ *będą stały obok siebie?*

Zad 2 *Z* 24 *kart wybieramy* 5*, Jaka jest szansa, że otrzymamy dokładnie* 2 *pary?*

Zad 3 *Z* 52 *kart wylosowano* 13*. Jakie są szanse otrzymania:*

1. 5*-pików,* 4*-kierów,* 3*-trefli,* 1*-kara?*

2. *układu* $5-4-3-1$*?*

3. *układu* $4-4-4-1$*?*

Zad 4 *Rozdano* 52 *karty graczom, po* 13 *kart każdemu. Jaka jest szansa, że: (a) każdy ma asa, (b) każdy ma jakiegoś pika, (c) każdy ma jakąś figurę (A,K,D,W)*

Zad 5 *Ile jest płaszczyzn równoodległych od* 4 *zadanych punktów nie leżących na jednej płaszczyźnie.*

Zad 6 *Na ile sposobów można rozdać* n *nierozróżnialnych pączków* k *osobom? Ile jest wyników rzutu* n*-nierozróżnialnych kości?*

Zad 7 *Załóżmy, że* n *rozróżnialnych kul umieszczono losowo w* n *komórkach. Jaka jest szansa, że dokładnie jedna komórka jest pusta?*

Zad 8 *W* m *różnych komórkach umieszczono* n *czerwonych i* r *zielonych kul, przy czym do każdej z komórek przydzielono co najwyżej jedną kulę. Ile jest takich rozmieszeń, jeśli:*

1. *kule są rozróżnialne;*

2. *kule są nierozróżnialne.*

Zad 9 *W pudełku jest* 6 *śrubek dobrych i* 2 *złe. Jaka jest szansa, że przy wyborze* 4 *śrubek wybierze się* 3 *dobre i jedną złą?*

Zad 10 *Jaka jest szansa, że daty urodzin* 34 *osób rozkładają, się na poszczególne miesiące tak:* 6 *miesięcy po* 3 *osoby,* 2 *miesiące po* 4 *osoby i* 4 *miesiące po* 2 *osoby?*

Zad 11 *Ile jest różnych rozwiązań równania*

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25$$

1. *w zbiorze liczb całkowitych nieujemnych;*
2. *w zbiorze liczb naturalnych.*

Zad 12 *Obliczyć liczbę wszystkich możliwych sposobów rozmieszczenia k rozróżnialnych cząstek w n różnych komórkach, jeśli komórka a_1 może przyjąć dowolną liczbę cząstek, a pozostałe komórki co najwyżej po jednej cząstce, przy czym:*

1. *w komórce a_1 ma się znaleźć dokładnie s cząstek;*
2. *w komórce a_1 ma się znaleźć nie więcej niż s cząstek;*
3. *w komórce a_1 ma się znaleźć co najmniej s cząstek.*

Zad 13 *W Lotto losuje się* 6 *liczb z* 49. *Jaka jest szansa, że żadne dwie nie będą kolejnymi.*

Zad 14 *Roztargniona sekretarka włożyła losowo n listów do n zaadresowanych kopert. Jak jest szansa, że dokładnie k osób dostanie właściwy list.*

Zad 15 *Znajdź liczbę funkcji ze zbioru m-elementowego na zbiór n-elementowy.*